Untersuchung des Endzustandes  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  in der Antiproton-Proton-Annihilation im Fluge

Study of the final state  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  in Antiproton-Proton Annihilations in Flight

# MASTERARBEIT

im Studiengang "Master of Science" im Fach Physik

# AN DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK UND ASTRONOMIE der Ruhr-Universität Bochum

von Arber Mustafa aus Pristina (Kosovo)

Bochum, Sommersemester 2014

# Abstract

In this thesis the results of the partial wave analysis (PWA) of the reaction  $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ at a beam momentum of  $p_{\overline{p}} = 900$  MeV/c are presented. The data was recorded with the Crystal Barrel experiment at CERN. For the PWA the software package PAWIAN was used [21]. The strongest contributions found are

$$\overline{p}p \to \rho^+ \rho^- \to (\pi^+ \pi^0)(\pi^- \pi^0),$$
  

$$\overline{p}p \to \rho^0 f_2(1270) \to (\pi^+ \pi^-)(\pi^0 \pi^0),$$
  

$$\overline{p}p \to \omega \pi \to (\pi^+ \pi^- \pi^0) \pi^0.$$

In addition to that a contribution of the  $a_2(1320)$  with the decay to  $\rho\pi$  and  $f_2(1270)\pi$  was identified. The spin-density matrix of the  $\omega$  meson in the reaction  $\overline{p}p \to \omega\pi^0 \to (\pi^+\pi^-\pi^0)(\pi^0)$ was determined as well. The elements of the spin density matrix show strong fluctuations along the  $\omega$  production angle. The average of the  $\rho_{00}$ -element yields a value of approximately 10%, thus a strong alignment for the production of the  $\omega$  was observed. The results for the spin density matrix of the  $\omega$  are consistent with the results in [23]. This confirms the hypothesis in [23], that the  $\omega$  can be considered as an isolated meson and that interferences with other resonances in the reaction  $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  can be neglected.

# Inhaltsverzeichnis

Ab	bildu	ingsverzeichnis	iii
Та	belle	nverzeichnis	v
1	Einle 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7	eitung Standardmodell	<b>1</b> 1 2 4 5 7 7 8 10
2	<b>Das</b> 2.1 2.2	Crystal Barrel-ExperimentErzeugung des Antiprotonenstrahls	<ol> <li>13</li> <li>14</li> <li>15</li> <li>15</li> <li>17</li> </ol>
3	Date 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6	enselektionRekonstruktion $3.1.1$ Rekonstruktion geladener Teilchen $3.1.2$ Rekonstruktion von Photonen im KalorimeterVorselektion der DatenKinematische Anpassung $3.3.1$ Untersuchungen der MessfehlerAnwendung der kinematischen Anpassung und Betrachtung des UntergrundsZusammenfassung der selektierten EreignisseErgebnisse der Datenselektion $3.6.1$ Untersuchungen der $2\pi$ -Systeme $3.6.3$ Dalitz Diagramme	<ol> <li>19</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>23</li> <li>25</li> <li>25</li> <li>29</li> <li>20</li> <li>30</li> <li>33</li> </ol>
4	<b>Part</b> 4.1 4.2	<b>Lialwellenanalyse</b> Isobar-Modell         4.1.1         Antiproton-Proton-Annihilation         Formalismus         4.2.1         Helizitätsformalismus	<b>37</b> 37 37 39 39

		4.2.2	Dynamik	41		
	4.3 Die Partialwellenanalysesoftware					
		4.3.1	Die PWA-Software PAWIAN	42		
		4.3.2	Anpassung mit der Maximum-Likelihood-Methode	43		
		4.3.3	Vorgehensweise bei der Wahl der Hypothesen	43		
	4.4	Spin-I	Dichtematrix	45		
		4.4.1	Spin-Dichtematrix des $\omega$ -Mesons	46		
5 Ergebnisse der Partialwellenanalyse						
	5.1 Untersuchung beitragender Zwischenresonanzen					
		5.1.1	Wahl der Hypothese	47		
5.1.2 Ergebnisse mit dem finalen Hypothesensatz						
	anal	57				
		5.2.1	Winkelverteilungen	57		
		5.2.2	Spin-Dichtematrix des $\omega$ -Mesons	57		
		5.2.3	Komplexität des Kanals $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	61		
6	Zusa	ammen	fassung	63		

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Feynman-Diagramme zur elektromagnetischen, schwachen und starken Wech-	3
$1.2 \\ 1.3 \\ 1.4 \\ 1.5 \\ 1.6$	Die fundamentalen Vertices der starken Wechselwirkung $\dots \dots \dots$	4 5 6 8 9
<ol> <li>2.1</li> <li>2.2</li> <li>2.3</li> <li>2.4</li> <li>2.5</li> </ol>	Der Beschleunigerkomplex des CERN	14 14 15 16 18
<ol> <li>3.1</li> <li>3.2</li> <li>3.3</li> <li>3.4</li> <li>3.5</li> <li>3.6</li> <li>3.7</li> </ol>	Z- und $\rho$ -Vertex-Verteilung am Beispiel des Antiprotonenstrahlimpulses $p_{\overline{P}} = 900 \text{ MeV/c} \dots \dots$	23 26 26 26 27 30
$3.8 \\ 3.9$	eines Goldhaber-Diagramms	31 31 32
3.10 3.11 3.12	Invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen bei $p_{\overline{p}} = 900 \text{ MeV/c}$ und $p_{\overline{p}} = 1940 \text{ MeV/c}$ Invariante $\pi^{\pm}\pi^0\pi^0$ -Massen bei $p_{\overline{p}} = 900 \text{ MeV/c}$	33 34 35
$4.1 \\ 4.2$	Darstellung der Antiproton-Proton-Annihilation	38 40
5.1 5.2	Invariante $2\pi$ -Massen in Form von Goldhaber-Diagrammen für Daten und an- gepasste, gewichtete Monte Carlo-Signalereignisse	51
5.3	gepassten, gewichteten Monte Carlo-Daten	52 53

5.4	Produktions- und Zerfallswinkel für die Reaktion $\rho^+ \to \pi^+ \pi^0$	55		
5.5	Produktions- und Zerfallswinkel für die Reaktion $f_2(1270) \rightarrow \pi^0 \pi^0$	56		
5.6	Produktions- und Zerfallswinkel sowie $\lambda$ für die Reaktion $\omega \to \pi^+ \pi^- \pi^0 \dots$	58		
5.7	Die drei Parameter $\Re \rho_{00}, \Re \rho_{1-1}$ und $\Re \rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^+ \pi^- \pi^0$	59		
5.8	B Die drei Parameter $\Re \rho_{00}$ , $\Re \rho_{1-1}$ und $\Re \rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \rightarrow$			
	$\pi^+\pi^-\pi^0$ als Vergleich zu den in der vorliegenden Arbeit ermittelten Matrixele-			
	mente	60		
A.1	Pullverteilungen der Photonen bei 1940 MeV/c $\hdots$	67		
A.2	Pullverteilungen der positiv geladenen Pionen bei 1940 ${\rm MeV/c}$	67		
A.3	Pullverteilungen der negativ geladenen Pionen bei 1940 ${\rm MeV/c}$	68		
A.4	Konfidenz niveau bei einem Antiprotonenstrahlimpuls von 1940 ${\rm MeV/c}$ 	68		
A.5	Invariante 2 π-Massenspektren bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c $\ldots$ .	69		
A.6	Invariante 3 π-Massenspektren bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c $~.$ $~.$ .	70		

# Tabellenverzeichnis

1.1	Eigenschaften der Quarks und Leptonen	2				
1.2	Die fundamentalen Wechselwirkungen	2				
2.1	Technische Daten des SVTX	15				
2.2	Zusammenfassung der technischen Daten der Jet-Driftkammer	17				
3.1	Schwellenwerte für die Rekonstruktion eines PEDs	21				
3.2	Signal- und Untergrundhypothesen zu Studien des Untergrunds	28				
3.3	Monte Carlo Untergrundstudien	28				
3.4	3.4 Signalhypothese und Untergrundhypothesen sowie die jeweiligen Selektionskri-					
	terien auf das Konfidenzniveau (CL) des Untergrunds	28				
3.5	Zusammenfassung der Selektionsschritte	29				
4.1	Antiproton-Proton Anfangszustände	39				
5.1	Untersuchte Zwischenresonanzen und Subzerfälle	48				
5.2	Anpassungsgüten beitragender Resonanzen	49				
5.3	Prozentuale Intensitäten der Beiträge untersuchter Resonanzen	54				
5.4	Anzahl der für ein einzelnes Ereignis zu berechnenden Produktions- und Zer-					
	fallsamplituden	61				

Tabellenverzeichnis

# Kapitel 1 Einleitung

Die Elementarteilchen- oder Hochenergiephysik beschäftigt sich mit den fundamentalen Bausteinen der Materie und ihren Wechselwirkungen. Schon seit Jahrhunderten versuchen Menschen unser Universum durch Theorien und Experimente zu beschreiben und zu verstehen. Dabei ist es eines der Hauptziele der modernen Physik, alle vier Grundkräfte (Gravitationskraft, elektromagnetische, schwache und starke Wechselwirkung) miteinander zu vereinen. Die vier Grundkräfte sind für alle uns bekannten physikalischen Prozesse im mikroskopischen sowie im makroskopischen Bereich verantwortlich. Um ein besseres Verständnis über die Wechselwirkungen und die damit inbegriffenen Phänomene zu erlangen, wird Grundlagenforschung mit Hilfe von Teilchenbeschleunigern betrieben. Ein Beispiel dafür ist das zukünftige  $\overline{P}ANDA$ -Experiment [19] in Darmstadt.

## 1.1 Standardmodell

Die moderne Teilchenphysik ist bestrebt, die Eigenschaften der elementaren Teilchen aus möglichst einfachen Prinzipien abzuleiten und vorherzusagen. Ein Modell zur Beschreibung aller bisher bekannten Elementarteilchen und Gesetzmäßigkeiten ist das Standardmodell der Elementarteilchenphysik. Nach diesem setzt sich die gesamte uns bekannte Materie aus 12 Fermionen (sechs Quarks und sechs Leptonen) mit Spin 1/2 zusammen, welche durch 13 Bosonen mit ganzzahligem Spin zusammen gehalten werden (Tabelle 1.1). Die sechs Leptonen und ihre jeweiligen Antiteilchen werden gemäß ihrer Ladung und ihrer Elektron-, Myon- und Tauon-Leptonenzahl klassifiziert, während sich die sechs Quarks und ihre Antiquarks durch ihren Flavour unterschieden. Außerdem kann jeder Quarktyp eine von drei verschiedenen Farbladungen tragen. Leptonen und Quarks werden in drei Familien beziehungsweise in drei Generationen eingeteilt. Dabei können die Quarks und Leptonen aus der zweiten und dritten Generation in solche der ersten Generation zerfallen, weshalb gewöhnlich Materie wie zum Beispiel Nukleonen aus Teilchen der ersten Generation besteht.

Zu jeder Wechselwirkung gibt es Austauschteilchen: für die elektromagnetische Wechselwirkung das Photon, für die schwache Wechselwirkung die  $W^{\pm}$ - und Z<sup>0</sup>-Bosonen, für die starke Wechselwirkung acht Gluonen und das hypothetische Graviton für die Gravitationskraft (Tabelle 1.2). Die Gravitationskraft und das dazugehörige Austauschteilchen sind jedoch im Standardmodell der Elementarteilchenphysik nicht berücksichtigt. Somit gibt es insgesamt 12 Leptonen, 6 Quarks, 12 Austauschteilchen und das Higgs-Boson im Standardmodell der Elementarteilchenphysik.

Die physikalische Grundlage des Standardmodells ist die Quantenfeldtheorie. Sie vereinheitlicht das Konzept eines allgemeinen Feldes mit der Relativitätstheorie und der Quantentheorie und basiert auf zwei Grundprinzipien:

a) der Eichsymmetrie,

### b) der spontanen Symmetriebrechung.

Die Eichsymmetrie erfordert eine Orts- und Zeitunabhängigkeit der Feldgleichungen. Die spontane Symmetriebrechung tritt auf, wenn der Grundzustand eines physikalischen Systems weniger Symmetrien aufweist als die Bewegungsgleichungen dieses Systems. Es handelt sich also um Symmetrien bei höheren Energien, die im Grundzustand nicht direkt auftreten.

Durch Kombinationen der Quarks kann man verschiedene Teilchen bilden. Die Kombination aus drei Quarks (qqq) ergibt ein Baryon wie zum Beispiel das Proton oder Neutron und die Kombination aus einem Quark und Antiquark ( $q\bar{q}$ ) ergibt ein Meson.

	Generation	Flavour	Symbol	Ladung [e]	Masse $[MeV/c^2]$
	1.	Up Down	u d	$+rac{2}{3}$ $-rac{1}{3}$	$2,3_{-0,5}^{+0,7} \\ 4,8_{-0,3}^{+0,7}$
Quarks	2.	Charm Strange	C S	$+rac{2}{3} -rac{1}{3}$	$1275 \pm 25$ $95 \pm 5$
	3.	Top Bottom	t b	$+rac{2}{3}$ $-rac{1}{3}$	$173500 \pm 800$ $4180 \pm 30$
	1.	Elektron Elektron-Neutrino	${ m e}  u_e$	$-1 \\ 0$	$0,551 < 2 \cdot 10^{-6}$
Leptonen	2.	Myon Myon-Neutrino	$\mu  u  u \mu$	$-1 \\ 0$	${105,\!66 \atop < 0,\!19}$
	3.	Tauon Tauon-Neutrino	$ au  u_{ au}$	$-1 \\ 0$	$1776,\!84 \\ < 18,\!2$

 Tabelle 1.1: Eigenschaften der Quarks und Leptonen

Wechselwirkung	Eichboson	Kopplung an	rel. Stärke	Masse $[\text{GeV}/\text{c}^2]$
Gravitation	Graviton (?)	Masse	$10^{-38}$	0 (theo.)
elektromagnetische	Photon $(\gamma)$	elektrische Ladung	$10^{-2}$	0
schwache	W-Boson $(W^{\pm})$ Z-Boson $(Z^0)$	schwache Ladung	$10^{-13}$	
starke	Gluon (g)	Farbladung	1	0

Tabelle 1.2: Die fundamentalen Wechselwirkungen

## 1.2 Quantenelektrodynamik

Die Quantenelektrodynamik (QED) ist eine Quantenfeldtheorie, welche die elektromagnetische Wechselwirkung geladener Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen durch den Austausch von Photonen be-

schreibt. Historisch betrachtet war die Quantenelektrodynamik die erste Quantenfeldtheorie. Das Photon stellt das Eichboson der elektromagnetischen Wechselwirkung dar, welches an die elektrische Ladung koppelt und eine unendliche Reichweite besitzt. In Abbildung 1.1 (a, b, c) sind beispielhaft Feynman-Graphen der elektromagnetischen Wechselwirkung dargestellt. Hierbei wird die Kopplung von Photonen an Ströme geladener Teilchen veranschaulicht. An jedem elektromagnetischen Vertex geht die dimensionslose Kopplungskonstante  $\alpha$  ein, die als "Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante" in der Elektrodynamik bekannt ist.

$$\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hc} \approx \frac{1}{137} \tag{1.1}$$

Da der Wert  $\alpha$  wesentlich kleiner als eins ist, können Probleme der Quantenelektrodynamik störungstheoretisch nach der Feinstrukturkonstante entwickelt werden und liefern somit sehr genaue Ergebnisse. In Abbildung 1.1 (d,e) sind Vertices der schwachen Wechselwirkung abgebildet. Ende der 1970er Jahre konnten die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung durch Glashow, Weinberg und Salam zur elektroschwachen Wechselwirkung vereinheitlicht werden. Die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung sind das W<sup>±</sup>- und das Z<sup>0</sup>-Boson. Im Gegensatz zu den Photonen besitzen die W- und Z-Bosonen eine endliche Masse und haben eine nur sehr kleine Reichweite. Aufgrund der relativ großen Massen der W- und Z-Bosonen wurde die Existenz des Higgs-Boson gefordert, welches erst vor kurzem mit einem LHC-Experiment am CERN beobachtet werden konnte. Infolge des Eichbosonen-Austausches bei Reaktionen der schwachen Wechselwirkung ändert sich das Flavour des Quarks oder Leptons.



Abbildung 1.1: Feynman-Diagramme zur elektromagnetischen (a,b,c), schwachen (d,e) und starken Wechselwirkung (f). [22]

### 1.3 Quantenchromodynamik

Die Theorie, die im Standardmodell die starke Wechselwirkung beschreibt, ist die Quantenchromodynamik (QCD). Die QCD ist an die QED angelehnt und beschreibt ähnlich wie die QED bei der elektromagnetischen Wechselwirkung die starke Wechselwirkung. Während bei der QED die Photonen die Austauschteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung darstellen, sind es bei der QCD die Gluonen. Dabei koppeln Photonen an elektrische Ladungen und Gluonen an Farbladungen (rot, grün oder blau). Deshalb sind nur Quarks von der starken Wechselwirkung betroffen und nicht farblose Teilchen wie zum Beispiel Leptonen. Zwar besitzen Gluonen genau wie Photonen nach dem Standardmodell der Teilchenphysik keine Masse, jedoch gibt es einen wesentlichen Unterschied zwischen den beiden: Während die Photonen keine Ladung tragen und deshalb keine Wechselwirkung zwischen Photonen untereinander stattfinden kann, tragen Gluonen wie Quarks Farbladungen, sodass diese miteinander wechselwirken können. So ist die Existenz von sogenannten Glueballs möglich, welche Teilchen darstellen, die nur aus Gluonen bestehen.



Abbildung 1.2: Die fundamentalen Vertices der starken Wechselwirkung.

a) Abstrahlung eines Gluons von einem Quark

b) Quark-Antiquark-Paarbildung durch ein Gluon

c) und d) Gluonen-Selbstkopplung [22]

Ein Gluon trägt jeweils eine Farbe (rot (r), grün (g) oder blau (b)) und eine Antifarbe  $(\overline{r}, \overline{g}$  oder  $\overline{b}$ ), sodass es insgesamt neun verschiedene Gluon-Arten mit  $SU(3)_{color}$ -Wellenfunktionen gibt.

$$|r\bar{b}\rangle, |r\bar{g}\rangle, |b\bar{g}\rangle, |b\bar{r}\rangle, |g\bar{r}\rangle, |g\bar{b}\rangle, \frac{1}{\sqrt{6}}|r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b}\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|r\bar{r} - g\bar{g}\rangle$$
(1.2)

$$\frac{1}{\sqrt{3}}|r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}\rangle \tag{1.3}$$

Gemäß den Regeln der Gruppentheorie werden Gluonen in ein Oktett und ein Singulett eingeordnet. Die letzte Wellenfunktion (1.3), also der Singulettzustand, stellt einen absolut symmetrischen Zustand dar und ist damit farblos. Somit sollte das entsprechende Gluon frei beobachtbar sein. Durch die Farblosigkeit des Zustands wäre das Gluon nicht an das sogenannte Confinement gebunden, welches das Phänomen bezeichnet, dass keine Quarks oder Gluonen isoliert in der Natur vorkommen können, wodurch die starke Wechselwirkung eine unendliche Reichweite hätte. Da jedoch der Singulettzustand bei den Gluonen nicht zu existieren scheint, gibt es insgesamt nur acht verschiedene Gluonen-Arten, die zur Wechselwirkung von Quarks beitragen. Durch ständigen Austausch der Gluonen werden die Quarks im Inneren der Hadronen aneinander gebunden. Das Hadron bleibt dabei farbneutral, obwohl die Quarks durch den Gluonenaustausch ihre Farbe wechseln. Die Farbneutralität des Hadrons kommt dadurch zustande, dass jede Farbänderung beim Austausch kompensiert wird.

### 1.4 Mesonenspektroskopie

Mesonen sind Zustände, die aus einem Quark und einem Antiquark bestehen, wie in Abschnitt 1.1 bereits beschrieben. Dabei wird zwischen schweren und leichten Mesonen unterschieden. Die leichten Mesonen setzen sich aus den drei leichten Quarksorten up, down und strange zusammen, während die schweren Mesonen aus mindestens einem charm- oder bottom-Quark aufgebaut sind. Da die Massen der schweren Quarks weit auseinander liegen, lassen sich die daraus aufgebauten Mesonen relativ einfach zuordnen. Die Massen der leichten Quarks dagegen unterscheiden sich kaum voneinander, sodass Mesonen aus Mischzuständen existieren können. Diese Mischzustände werden, wie die Gluonen in der QCD, mit Hilfe der SU(3)-Gruppentheorie beschrieben. Dabei ergibt sich analog zu den Gleichungen 1.2 und 1.3 für leichte Mesonen ein  $SU(3)_{flavour}$ -Oktett und ein Singulett, die zu dem sogenannten Nonett zusammengefasst werden (Abbildung 1.3).

Außerdem werden zur Klassifizierung der Mesonen die Quantenzahlen hinzugenommen. Dabei können die Spins der Quarks in dem  $q\bar{q}$ -System der Mesonen entweder zu einem Spin-Singulett mit einem Gesamtspin S = 0 oder einem Spin-Triplett mit einem Gesamtspin S = 1 koppeln. Durch den relativen Bahndrehimpuls der Quarks L, sowie der radialen Anregung n und dem Gesamtspin J = L + S, können die Mesonen weiter klassifiziert werden.



**Abbildung 1.3:**  $SU(3)_{flavour}$ -Nonett der leichten pseudoskalaren Mesonen.  $I_3$  ist die dritte Komponente des Isospins und S die Strangeness. Links ist das Oktett abgebildet und rechts das Singulett. [27]

Die üblichen Notationen zur Klassifizierung der Mesonen stellen die Parität P und die Ladungsparität C dar.

$$P = (-1)^{L+1} \qquad C = (-1)^{L+S} \tag{1.4}$$

In Abbildung 1.4 ist das Spektrum der leichten  $q\bar{q}$ -Mesonen dargestellt. Dabei wird anhand der Lücken im Spektrum ersichtlich, dass viele Mesonen noch nicht beobachtet werden konnten. Zudem ist die Zahl beobachteter, aber nicht zugewiesener Mesonen ebenfalls sehr hoch, wie man an den nicht grau unterlegten Kästen in Abbildung 1.4 erkennt. Dies könnte ein Hinweis auf exotische Teilchen sein, was jedoch im folgenden Abschnitt behandelt wird.



**Abbildung 1.4:** Spektrum der leichten  $q\bar{q}$ -Mesonen. Jeder Kasten stellt ein Nonett dar. Die grau unterlegten Resonanzen sind bestätigt und präzise vermessen. [8]

### 1.5 Exotische Teilchen

Neben den Baryonen und den Mesonen gibt es eine Reihe weiterer Zustände mit anderen Konfigurationen von Konstituenten, die von der Quantenchromodynamik vorhergesagt werden. Diese Teilchen werden als Exoten bezeichnet. Dabei können drei verschiedene Arten vorkommen:

- Gluebälle: farbneutrale Teilchen, welche ausschließlich aus Valenzgluonen aufgebaut sind [(gg), (ggg)].
- Hybride: Mesonen mit einem zusätzlichen Valenzgluon  $[(q\bar{q})g]$ .
- Multiquark-Zustände:
  - gebundene Color-Singulett-Zustände, die aus mehr als 3 Valenzquarks  $[(q\bar{q})^n (qqq)^m$  mit n + m > 1] bestehen.

Ein eindeutiges Indiz für exotische Teilchen sind ihre Quantenzahlen, welche nach den im vorherigen Kapitel erwähnten Auswahlregeln Mesonen und Baryonen nicht besitzen können. Dies wären zum Beispiel die Quantenzahlen:

$$J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, \dots$$

Das allerdings schließt nicht aus, dass exotische Zustände auch Quantenzahlen besitzen können, welche ebenfalls für Mesonen oder Baryonen möglich sind, sodass sich die Suche nach exotischen Resonanzen, beziehungsweise deren Selektion, als sehr schwierig erweist.

Der Nachweis von Gluebällen, insofern keine exotischen Quantenzahlen vorliegen, ist sehr aufwendig zum Beispiel, da sich diese mit Resonanzen der gleichen Quantenzahlen mischen können. Auch beim umgekehrten Fall, dass Resonanzen mit exotischen Quantenzahlen eindeutig als Exoten identifiziert werden können, ist die Zuweisung zu einer der drei Arten (Gluebälle, Hybride oder Multiquark-Zustände) nicht trivial. Ein Beispiel dafür wäre das  $\pi_1(1400)$  oder das  $\pi_1(1600)$  mit den Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{-+}$  von denen man nicht weiß zu welcher Sorte sie gehören.

Die Spektroskopie solcher Teilchen sowie die genaue Beschreibung ihrer Eigenschaften haben sich verschiedene kernphysikalische Experimente zum Ziel gemacht. Eines davon ist das im nächsten Abschnitt beschriebene, zukünftige PANDA-Experiment.

## 1.6 Das PANDA-Experiment

 $\overline{\mathrm{P}}$ ANDA (Anti $\mathbf{P}$ roton  $\mathbf{AN}$ nihilations at  $\mathbf{DA}$ rmstadt) ist ein noch in der Entwicklungs- und Bauphase befindliches Fixed-Target-Experiment an der FAIR-Anlage ( $\mathbf{F}$ acility for  $\mathbf{A}$ ntiproton and Ion  $\mathbf{R}$ esearch) in Darmstadt. Mit dem  $\overline{\mathrm{P}}$ ANDA-Experiment sollen hauptsächlich Untersuchungen von Phänomenen der starken Wechselwirkung durch Annihilationsprozesse von beschleunigten Antiprotonen mit ruhendem Target, vorzugsweise Wasserstoff, vorgenommen werden. Dabei werden mit Hilfe des Antiprotonenspeicherrings HESR (engl. High Energy  $\mathbf{S}$ torage  $\mathbf{R}$ ing) Antiprotonen mit einem Impuls zwischen 1,5 GeV/c und 15 GeV/c zur Verfügung gestellt, welche im Interaktionspunkt des  $\overline{\mathrm{P}}$ ANDA-Detektors zur Kollision gebracht werden. Um die Antiprotonen für die Experimente zu erzeugen, werden Protonen aus dem SIS 100 Speicherring kommend mit einem Impuls von 30 GeV/c auf das Produktionstarget geschossen. Die so erzeugten Antiprotonen werden im CR (engl. Collector Ring) gespeichert, bevor sie im RESR (engl. Recycled Experiment Storge Ring) auf einen Impuls von 3,7 GeV/c beschleunigt und in den HESR injiziert werden. Der HESR ist in der Lage sehr hohe Impulsgenauigkeiten bei gleichzeitig sehr hoher Strahlenintensität zu erreichen, welche bisher in keinem anderen Experiment erreicht worden sind. Dabei stehen zwei Betriebsmodi zur Verfügung: der High Luminosity Mode (HL) und der High Resolution Mode (HR).



Abbildung 1.5: Übersicht der FAIR Beschleunigeranlage. [12]

Im High Resolution Mode soll eine Impulsgenauigkeit von  $\sigma_p/p \leq 10^{-5}$  bei einer maximalen Luminosität von  $\mathcal{L}_{HR} = 2 \cdot 10^{31} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  erreicht werden, während im High Luminosity Mode Impulsgenauigkeiten von  $\sigma_p/p \leq 10^{-4}$  bei einer Luminosität  $\mathcal{L}_{HL} = 2 \cdot 10^{32} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ erzielt werden sollen. Diese Strahlimpulsparameter werden sowohl durch stochastische- als auch Elektronenkühlung ermöglicht.

Zentrales Ziel des  $\overline{P}ANDA$ -Experiments sind Studien zum besseren Verständnis der QCD im nicht-perturbativen Bereich mit Hauptaugenmerk auf die Hadronenspektroskopie. Die Suche nach Gluebällen und Hybriden sowie die Spektroskopie von Charmonium Zuständen stellt dabei eine wesentliche Aufgabe des  $\overline{P}ANDA$ -Experiments dar.

### 1.6.1 Der PANDA-Detektor

Der  $\overline{P}ANDA$ -Detektor besteht aus mehreren Subdetektoren, die nahezu den gesamten Raumwinkel abdecken. Zudem ist der Detektor als modulares System konzipiert, sodass auch nach der Fertigstellung einzelne Komponenten modifiziert werden können. Er ist in zwei übergeordnete Bereiche unterteilt: ein Target-Spektrometer und ein Vorwärtsspektrometer.

Das Target-Spektrometer ist zwiebelschalenförmig um den Kollisionspunkt herum angeordnet. Die zu dem Target-Spektrometer gehörenden Subdetektoren befinden sich im Inneren einer supraleitenden Solenoidspule, welche ein Magnetfeld mit bis zu 2 T erzeugen kann. Dies dient zur Impulsbestimmung geladener Teilchen. Lediglich der Myonendetektor befindet sich außerhalb der Solenoidspule. Die Subdetektoren des Target-Spektrometers ermöglichen eine präzise Messung der Spuren von Teilchen, die den Kollisionspunkt verlassen sowie eine exakte Energiebestimmung durch das elektromagnetische Kalorimeter (EMC). Hier sei erwähnt, dass das Institut der Experimentalphysik I an der Ruhr-Universität Bochum maßgeblich an der Entwicklung und dem Bau des EMC beteiligt ist. Auch das Vorwärtsspektrometer besteht aus mehreren Subdetektoren, die die Teilchenidentifikation sowie die Messung des Impulses und der Energie ermöglichen. Da es sich bei dem PANDA-Experiment um ein Fixed-Target Experiment handelt und die bei der Kollision entstandenen Teilchen größtenteils einen Impuls in Strahlrichtung oder unter einem kleinen Winkel zur Strahlachse haben (Boost), ist das Vorwärtsspektrometer von großer Bedeutung.



Abbildung 1.6: Schematische Ansicht des PANDA-Detektors. [13]

Das Target-Spektrometer setzt sich aus dem Micro-Vertex-Detektor (MVD), dem Straw-Tube-Tracker (STT), einem Time-of-Flight-System (ToF) sowie einem System aus Cherenkov Detektoren (Detection of Internally Reflected Cherenkov Light, DIRC) und dem elektromagnetischen Kalorimeter zusammen. Der MVD ist der innerste Tracking-Detektor und besteht aus Pixel- und Streifensensoren auf Siliziumbasis. Er ist für eine präzise Spurrekonstruktion konzipiert und dient vor allem zur Ermittlung von primären und sekundären Zerfallsvertices<sup>1</sup>. Der MVD wird vom STT umgeben. Die Funktion des STT beruht auf dem Prinzip der Gasionisation und ermöglicht präzise Messungen der Spur geladener Teilchen. Dazu werden Röhren mit einem  $Ar/CO_2$ -Gasgemisch gefüllt, welches durch hindurchfliegende, geladene Teilchen ionisiert wird und somit ein Signal auslöst. Zur Identifizierung der Teilchensorte dienen die Cherenkov-Detektoren (DIRC), das ToF-System sowie die Myon-Detektoren.

Mit dem zylinderförmigen EMC sollen durch den Szintillationseffekt primär die Energien von Photonen, Elektronen und Positronen gemessen werden. Zudem liefert das EMC auch Informationen über den Einschlagsort. Dazu werden mehr als 15000  $PbWO_4$ -Szintillatoren verwendet.

Wie eingangs erwähnt, verfügt das Vorwärtsspektrometer ebenfalls über Subdetektoren zur Teilchenidentifikation sowie zur Messung des Impulses und der Energie. Eines der im Vorwärtsspektrometer befindlichen Subdetektoren ist das Forward Tracking Stations-System (FTS), welches aus 6 Driftkammern (eng. Mini Drift Tubes (MDT)) besteht und präzise Informationen zur Spur der Teilchen liefert. In Kombination mit dem Dipolmagneten, welcher eine Feldstärke von 2 Tm aufweist, kann anhand der Spur und der Ablenkung geladener Teilchen der Impuls bestimmt werden. Zudem befinden sich im Vorwärtsspektrometer weitere Komponenten des ToF-Systems, die ein Stopp-Signal für die Zeitmessung der hindurchtretenden Teilchen liefern. Somit können Pionen von Kaonen und Kaonen von Protonen unterschieden werden. Das System besteht aus einer Wand aus Plastikszintillatoren, die an beiden Enden mit Photoelektronenvervielfachern ausgelesen werden. Der Ring Imaging Cherenkov Counter-Detektor (RICH-Detektor) dient der Teilchenidentifikation. Mit den beiden Spektrometern lassen sich neutrale sowie geladene Zerfallsteilchen mit einer hohen Energie- und Ortsauflösung bei 10<sup>7</sup> Ereignissen pro Sekunde detektieren.

## 1.7 Motivation

Mit dem PANDA-Experiment werden Reaktionen in der Antiproton-Proton-Annihilationen untersucht. Die hierbei aufgezeichneten Daten sollen unter anderem mit einer speziell dafür entwickelten Partialwellenanalyse-Software (PWA-Software) ausgewertet werden. Um die PWA-Software weiterzuentwickeln und zu testen, bietet es sich an, bereits vorhandene Daten, die vom Crystal Barrel-Experiment ebenfalls in der Antiproton-Proton-Annihilation aufgezeichnet wurden, zu analysieren. Somit können zusätzlich zu den physikalischen Errungenschaften auch technische Fortschritte im Rahmen der PWA-Software erzielt werden.

Zu diesem Zweck wird in der vorliegenden Arbeit die Reaktion  $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  im Fluge bei Strahlimpulsen von 900 und 1940 MeV/c studiert. Im Hinblick auf das PANDA-Experiment stellt der Kanal dabei zum einen durch die vier Teilchen im Endzustand und der dadurch resultierenden Kombinatorik und zum anderen durch die hohe Anzahl an Ereignissen aufgrund des sehr hohen Wirkungsquerschnitts ideale Bedingungen zum Testen der bisherigen Analyseverfahren dar. Zudem besteht durch die Komplexität dieser Reaktion und die damit verbundenen vielen  $\overline{p}p$ -Anfangzustände eine große Ähnlichkeit zu den Reaktionen, die zukünftig beim PANDA-Experiment studiert werden sollen.

Ein weiteres wesentliches Ziel ist es, ein besseres Verständnis des Produktionsmechanismus in der Antiproton-Proton-Annihilation zu gewinnen. Hierfür wird die sogenannte Spin-Dichtematrix des  $\omega$ -Mesons, in der Reaktion  $\overline{p}p \to \omega \pi^0 \to \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$  ermittelt. Diese Zerfallskette

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Teilchen, welche außerhalb des Interaktionspunktes zerfallen.

sollte in dem zu untersuchendem Kanal stark beitragen. Die Spin-Dichtematrix wurde für diese Reaktion bereits in vorherigen Arbeiten mit Hilfe einer Partialwellenanalyse untersucht [23]. Jedoch behandelten diese Untersuchungen ausschließlich ein als isoliert betrachtetes, selektiertes  $\omega$  ( $\bar{p}p \rightarrow \omega \pi^0$ ), sodass mögliche Interferenzeffekte durch zusätzlich beitragende Kanäle, die der  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ -Endzustand aufweist, nicht berücksichtigt werden konnten. Somit kann mit der in dieser Arbeit durchgeführten Analyse ermittelt werden, inwieweit die Annahme eines isolierten  $\omega$ -Mesons Gültigkeit hat.

Der zu untersuchende Kanal stellt zudem eine ideale Grundlage für die Suche nach exotischen Teilchen dar. Insbesondere für die Recherche nach Hybriden-Zuständen, welche der Theorie nach stark an  $\rho\pi$  koppeln sollen [16], ist der Kanal mit vier  $\pi$ -Mesonen im Endzustand geeignet. In ähnlichen Reaktionen beim COMPASS-Experiment [7] konnte die Resonanz  $\pi_1(1600)$  mit den exotischen Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{-+}$  und dem Zerfall nach  $\rho\pi$  bereits beobachtet werden. Ebenfalls mit den exotischen Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{-+}$  und dem Zerfall nach  $\rho\pi$  bereits beim OBELIX-Experiment [26] auf die Resonanz  $\pi_1(1400)$  gefunden.

Kapitel 1 Einleitung

# Kapitel 2

# Das Crystal Barrel-Experiment

Das Crystal Barrel-Experiment (CB) stellte ein Fixed-Target-Experiment<sup>1</sup> am CERN<sup>2</sup> dar, welches zwischen 1989 und 1996 betrieben wurde. Die wesentlichen Ziele des Crystal Barrel-Experiments waren die Untersuchung der Antiproton-Proton-Annihilation und die damit verbundene Spektroskopie leichter Mesonen sowie die Suche nach exotischen Zuständen.

Zurzeit wird der Crystal Barrel Detektor an der **El**ektronen-**S**tretcher-**A**nlage (ELSA) der Universität Bonn betrieben, sodass zwischen Crystal Barrel at LEAR und Crystal Barrel at ELSA unterschieden wird. Hierbei bezeichnet "Crystal Barrel-Experiment at LEAR" (Low Energy Storage **R**ing) das ursprüngliche am CERN betriebene Experiment.

Im Folgenden wird auf das Experiment selbst sowie die zum Einsatz gekommenen Detektorkomponenten näher eingegangen. Ausführliche Informationen und detaillierte Darstellungen darüber finden sich in [4].

### 2.1 Erzeugung des Antiprotonenstrahls

Da Antiprotonen auf der Erde nicht natürlich vorkommen, bedarf es eines aufwendigen Verfahrens zur Erzeugung dieser Teilchen. Dabei wird sich der Effekt der Paarbildung<sup>3</sup> zu Nutze gemacht.

Dazu wurden zunächst Protonen mit einem Linearbeschleuniger (LINAC II) beschleunigt, um anschließend in den Proton Synchrotron-Booster (PSB) weitergeleitet werden zu können. Dort wurden die Protonen weiter beschleunigt bis sie einen genügend hohen Impuls besaßen, um in den Proton Synchrotron (PS) eingespeist zu werden, wo sie auf einen Impuls von 26 GeV/c hochbeschleunigt wurden. Anschließend wurde der Protonenstrahl auf ein Wolframtarget geschossen, wobei unter anderem auch Antiproton-Proton-Paare nach der Reaktion  $p + p \rightarrow p + p + \overline{p} + p$  erzeugt wurden. Die Antiprotonen konnten anhand ihrer Ladung von den Protonen getrennt werden. In einem weiteren Selektionsprozess wurden die Antiprotonen von weiteren Verunreinigungen befreit und in einem Antiproton-Akkumulator (AA) gespeichert. Im Antiproton-Cooler (AC) wurden die Antiprotonen in ihrem Phasenraum reduziert. Für das Experiment wurden die Antiprotonen im PS auf einen Impuls von 600 MeV/cabgebremst und in den Antiprotonen-Speicherring LEAR geleitet. Durch Elektronenkühlung und stochastische Kühlung konnte eine relative Impulsunschärfe von 5  $\cdot 10^{-4}$  bei einer horizontalen Strahlemittanz von  $2\pi$  [mm mrad] erreicht werden. Der Strahl konnte stufenlos mit einem Impuls zwischen 65 MeV/c und 1940 Mev/c auf ein Wasserstofftarget gelenkt werden. In Abbildung 2.1 findet sich eine Darstellung des gesamten Beschleunigersystems.

 $<sup>^{1}</sup>$ Teilchenkollisionen mit ruhenden Zielen (Target)

 $<sup>^2 {\</sup>bf C}$ onseil Européen pour la Recherche Nucléaire

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Bildung eines Teilchen-Antiteilchen-Paares

## 2.2 Das Crystal Barrel Detektorsystem

Der Crystal Barrel-Detektor war ein aus mehreren Subdetektoren modular aufgebautes System, welches einen geometrischen Raumwinkel von 95%  $\cdot$  4 $\pi$  abdeckte.



**Abbildung 2.1:** Der Beschleunigerkomplex des CERN. Abgebildet sind der Low Energy Storage Ring (LEAR), der Linearbeschleuniger (LINAC), der Antiproton-Akkumulator (AA), sowie das Proton Synchrotron (PS) und der Proton Synchrotron Booster (PSB).



**Abbildung 2.2:** Schematische Ansicht des Crystal Barrel-Detektors im Längsund Querschnitt. (1) Eisenjoch, (2) Magnetspule, (3) Csl(Tl)-Kalorimeter, (4) Jet-Driftkammer, (5) Silizium-Vertex-Detektor, (6) Target, (7) Lichtpulser.

In Abbildung 2.2 ist der Crystal Barrel-Detektor samt den Subdetektoren in Längs- und Querschnitt dargestellt. Das Target, welches entweder aus flüssigem bzw. gasförmigem Wasserstoff oder flüssigem Deuterium bestand, befindet sich im Zentrum (Kollisionspunkt) des Aufbaus. Der Kollisionspunkt wurde zwiebelschalenförmig zunächst von einem Silizium-Vertex-Detektor und anschließend von der Jet-Driftkammer (JDC) umgeben. Weiter außen befand sich das fassförmige elektromagnetische Kristallkalorimeter, welches dem Crystal Barrel-Detektor seinen Namen verlieh. Sämtliche Subdetektoren befanden sich zudem innerhalb einer Solenoidspule, welche eine Flussdichte von maximal 1,5 T erzeugte. Der Detektor war ursprünglich für Messungen bei Antiproton-Proton-Annihilation in Ruhe konzipiert, jedoch wurde er später auch für Antiproton-Proton-Reaktionen im Fluge verwendet.

### 2.2.1 Silizium-Vertex-Detektor

Der Silizium-Vertex-Detektor (SVTX) bestand aus 15 SiO<sub>2</sub>-Platten, die eine fächerförmige Struktur aufwiesen. Mit einer Länge von 75 mm und einem Radius von 40 mm umgab der SVTX in einem radialen Abstand von 13 mm den Kollisionspunkt. Auf jeder Platte befanden sich 128 Streifen der Dicke 370  $\mu$ m, welche in Strahlrichtung angeordnet waren.



Abbildung 2.3: Silizium-Vertex-Detektor.

Tabelle 2.1: Technische Daten des SVTX.

1995 wurde die bis dahin eingesetzte Vieldraht-Proportionaldrahtkammer (PWC) durch den SVTX ersetzt, da dieser nicht nur eine Ansprechwahrscheinlichkeit von nahezu 100% aufwies, sondern auch eine schnelle Signalauslese mit 0,5  $\mu$ s, welche die Verwendung des SVTX auch als Trigger ermöglichte. Durch die hohe Ortsauflösung in der r- $\varphi$ -Ebene konnte zudem der Annihilationsvertex sehr genau bestimmt werden.

### 2.2.2 Antiprotonen-Austritts-Zähler

Innerhalb des SVTX befand sich hinter dem Target zusätzlich ein Antiprotonen-Austritts-Zähler oder auch Vetozähler genannt. Bei Messungen im Fluge wurde das Triggersignal nur dann ausgelöst, wenn der Vetozähler kein Antiproton hinter dem Target gemessen hatte. Der Vetozähler diente damit auch als Startsignal für die gesamte Ausleseelektronik.

### 2.2.3 Jet-Driftkammer

Die zylindrische Jet-Driftkammer (JDC) diente der Spurrekonstruktion geladener Teilchen, sowie der Bestimmung der Teilchenart und deren Masse. Anhand der durch die Lorentzkraft

verursachten Krümmung der Spur geladener Teilchen konnte der Teilchenimpuls bestimmt werden. Die Driftkammer des Crystal Barrel-Detektors war in 30 azimuthal angeordnete Sektoren unterteilt, die durch 58 Felddrähte separiert wurden. Jeder dieser Sektoren besaß 23 radial angeordnete Signaldrähte zwischen denen sich 22 Feldkorrekturdrähte befanden. Zudem war die Kammer mit einem Gasgemisch aus Kohlendioxid und Isobutan gefüllt, welches von durchtretenden Teilchen ionisiert wurde. Die Ionisationelektronen konnten aufgrund der anliegenden Spannung zu den Signaldrähten driften, wobei sie bei dem Driftvorgang zusätzlich weitere Elektronen aus den Gasatomen auslösten. Dabei konnte mit den Feldkorrekturdrähten die Gasverstärkung präzise eingestellt werden. Die Elektronenlawine erzeugte somit ein elektrisches Signal, welches ausgelesen werden konnte. Wenn mindestens einer der 23 Signaldrähte ausgelöst wurde, betrug der aktive geometrische Raumwinkel der JDC 94,8% · 4 $\pi$ . Bei allen Signaldrähten sank dieser auf  $63\% \cdot 4\pi$ .



**Abbildung 2.4:** Die Jet-Driftkammer. (a) schematische Darstellung der JDC, (b) Anordnung der Signal- und Felddrähte in einem Sektor.

Würde bei einer planaren Anordnung der Signaldrähte die Teilchenspur ausschließlich innerhalb eines Sektors verlaufen, könnte man nicht zwischen der tatsächlichen Spur und seinem Spiegelbild entlang der Mittelebene des Sektors unterscheiden. Um diese Rechts-Links-Mehrdeutigkeit zu umgehen, wurden die Signaldrähte abwechselnd jeweils um 0,2 mm aus der Mittellage versetzt, sodass bei einem Vergleich der Driftzeiten von drei aufeinanderfolgenden Signaldrähten die Spur eindeutig bestimmt werden konnte.

Während die Ortsbestimmung in der r- $\varphi$ -Ebene über die Messung der Driftzeiten erfolgt, erhält man die Ortsbestimmung in z-Richtung über die Ermittlung der Pulshöhen an den Drahtenden. Durch die relative Signalhöhe an den Drahtenden konnte nicht nur die longitudinale Position der Spur ermittelt werden, sondern auch der spezifische Energieverlust der durchfliegenden Teilchen. Somit konnte zwischen Kaonen und Pionen bis zu kinetischen Energien von 500 MeV unterschieden werden. Die technischen Daten der Jet-Driftkammer sind in der Tabelle 2.2 aufgelistet.

Technische Daten der JDC					
Abmessungen					
Innenradius	50  mm				
Außenradius	$257~\mathrm{mm}$				
Radius der innersten Drahtlage	$63 \mathrm{mm}$				
Radius der äußersten Drahtlage	239 mm				
Drahtkennwerte Signaldraht					
Anzahl der Drähte	690				
Anzahl pro Sektor	23				
Abstand der Lagen	8 mm				
Sensitive Länge	400 mm				
Durchmesser	$20~\mu{ m m}$				
Gas					
Mischungsverhältnis	Kohlendioxid ( $CO_2$ ): 90% Isobutan ( $C_4H_{10}$ ): 10%				
Druck	101 kPa				
mittleres elektrisches Feld	1  kV/cm				
mittlere Driftgeschwindigkeit	$8 \mathrm{m/ms}$				
maximale Driftzeit	$3 \ \mu s$				
Gasverstärkungsfaktor	ca. 5 $\cdot 10^4$				
Auflösungsvermögen					
$r-\varphi$ -Ebene	$200 \ \mu \mathrm{m}$				
z-Richtung	7,5 mm				

Tabelle 2.2: Zusammenfassung der technischen Daten der Jet-Driftkammer [5]

### 2.2.4 Elektromagnetisches Kalorimeter (EMC)

Zur präzisen Detektion von Photonen wurde ein fassförmiges, elektromagnetisches Kalorimeter verwendet, welches auch Namensgeber des Detektors war. Das EMC bestand aus 1380 mit der Frontseite zum Zentrum gerichteten Cäsiumjodid-Kristallen (CsI(Tl)), welche mit 0,1 mol% Thallium dotiert waren. Die Kristalle waren jeweils 30 cm lang, mit einer Strahlungslänge von 16,1  $X_0$  ( $X_0 = 1,86$  cm). Damit war eine hohe Energieauflösung über einen Energiebereich von 20 bis 2000 MeV möglich. Durch seine Form war es dem Kalorimeter möglich einen Raumwinkel von nahezu  $4\pi$  abzudecken. Lediglich die Aussparungen für den Strahl-Eintritt und Leckverluste zwischen den Kristallen blieben für die Messung blind.

Photonen, die auf einen der Kristalle trafen, wurden durch Paarbildung und Bremsstrahlung, abhängig von ihrer Energie, in einen elektromagnetischen Schauer umgewandelt, welcher im Szintillationskristall zu Elektron-Loch-Paaren führte. Beim Abklingen der Elektron-Loch-Paare entstand Szintillationslicht mit einer charakteristischen Wellenlänge, deren Intensität proportional zur Energie des Ausgangsphotons war. Das Szintillationslicht wurde anschließend durch Photodioden in ein elektrisches Signal umgewandelt und mit der entsprechenden Kalibrierung die Energie des auslösenden Photons bestimmt.

Zwischen dem Kristall und der Photodiode befand sich zusätzlich ein Wellenlängenschieber (WLS), welcher über eine Glasfaser mit einem Xenon-Lichtpulser verbunden war. So war es möglich, durch wohl definierte Lichtpulse die Lichtausbeute zu überwachen, um defekte Kristalle zu identifizieren. Zudem fand eine regelmäßige Kalibrierung des EMC statt. Dabei wurde für jeden Kristall die Position des  $\pi^0$ -Peaks in der invarianten  $\gamma\gamma$ -Masse bestimmt und mit der Abweichung vom Nominalwert der Korrekturfaktor ermittelt. So konnte eine Energiekalibrierung von unter 1% in dem geforderten Energiebereich erreicht werden. Die maximale Ortsauflösung des EMC betrug 20 mrad in der  $\phi$ - und  $\theta$ -Richtung.



Abbildung 2.5: Elektromagnetisches Kalorimeter

# Kapitel 3 Datenselektion

Mit der Datenselektion werden die für die Analyse relevanten Ereignisse aus den vom Crystal Barrel-Experiment stammenden Rohdaten rekonstruiert und die Vierervektoren der Endzustandsteilchen ermittelt. Der zu analysierende Zerfallskanal beinhaltet zwei neutrale und zwei geladene Pionen. Diese sollen im Rahmen der Datenselektion nahezu untergrundfrei selektiert werden, um nicht zuletzt einer Partialwellenanalyse (PWA) unterzogen zu werden. In dieser Arbeit wird die Reaktion

$$\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$$

untersucht. Dabei zerfällt das neutrale Pion mit einer mittleren Lebensdauer von  $(8,52 \pm 0,18) \cdot 10^{-17}$  s zu 98,82% in zwei Photonen [20]. Durch die extreme Kurzlebigkeit der neutralen Pionen können diese nur noch durch die Zerfallsprodukte nachgewiesen werden. Die geladenen Pionen hingegen zerfallen über die schwache Wechselwirkung und besitzen daher eine vergleichsweise lange mittlere Lebensdauer von  $2, 6 \cdot 10^{-8}$  s [20], womit sie mit nahezu Lichtgeschwindigkeit im Mittel nach 7 m vom Produktionspunkt aus zerfallen. Da die Detektorkomponenten zur Teilchenidentifikation in einem viel kleineren Radius um den Produktionspunkt angeordnet sind (siehe Abschnitt 2.2), ist eine direkte Detektion der geladenen Pionen möglich. Somit ergibt sich der Endzustand zu  $\pi^+\pi^-4\gamma$ .

Im Folgenden werden daher Endzustände mit geladenen Pionen als "geladene Endzustände" bezeichnet, obwohl die Gesamtladung Null ist.

Für die Selektion der neutralen Ereignisse, also die Ereignisse in denen sich keine geladenen Teilchen befinden, stehen Rohdaten mit Strahlimpulsen von 600, 900, 1050, 1350, 1525, 1642, 1800 und 1940 MeV/c und für die geladenen Ereignisse mit den Strahlimpulsen von 900, 1525, 1642 und 1940 MeV/c zur Verfügung.

Zur Simulation, Rekonstruktion und Analyse der Daten werden verschiedene Softwarepakete bereitgestellt:

- LOCATER: dient zur Rekonstruktion der Spuren geladener Teilchen.
- BCTRACK: Auswertung der Daten des Kalorimeters.
- **GTRACK**: vereinigt die Resultate von LOCATER und BCTRACK zu einem Datensatz.
- CBKFIT: wird für den kinematischen Fit verwendet.

- JHONNY WALKER: ein künstliches neuronales Netz zur Erkennung von Schauerfluktuationen.
- GEANT3: Simulation des Durchgangs von Teilchen durch Materie.
- **CBGEANT**: Monte Carlo-Simulator für das Crystal Barrel-Experiment auf Basis von GEANT.
- **CbOFF**++: C++-Klassenbibliothek, welche die komfortable Verwendung der Offline-Software ermöglicht.
- ROOT: Werkzeug zur Datenanalyse und Visualisierung.

### 3.1 Rekonstruktion

#### 3.1.1 Rekonstruktion geladener Teilchen

Zur Rekonstruktion geladener Teilchen werden die Messdaten der Jet-Driftkammer verwendet. Dazu werden die gemessenen Elektronen-Driftzeiten und Signalamplituden der Jet-Driftkammer mit Hilfe der Crystal Barrel-Software in Ortskoordinaten umgerechnet. Anschließend werden den Messpunkten mit einem Mustererkennungsalgorithmus Teilchenspuren zugeordnet. Die Spuren beschreiben aufgrund des anliegenden magnetischen Feldes eine helixförmige Bahn und können somit in der r-z-Ebene mit einer Geraden und in der r- $\phi$ -Ebene mit einem Kreis angepasst werden. Die Parameter für Kreis und Gerade  $\alpha$ ,  $\Psi_0$  und  $\lambda$  stellen somit die Startwerte der Helix dar. Dabei beschreibt  $\alpha$  die Krümmung der Helix,  $\Psi_0$  den Winkel zwischen der x-Achse und der Tangente an die r- $\phi$ -Projektion der Helix im ersten Spurenpunkt und  $\lambda$  den Neigungswinkel der Helix. Aus den Parametern und dem bekannten Magnetfeld B kann der Viererimpuls  $\mathcal{P}$  des Teilchens berechnet werden:

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2 + p^2} \\ p_t \cos \Psi_0 \\ p_t \sin \Psi_0 \\ p_t \tan \lambda \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad p_t = \frac{qB}{\alpha} \quad \& \quad p = p_t \sqrt{1 + \tan^2 \lambda}. \quad (3.1)$$

Hierbei ist m die Masse, p der Betrag des Impulses,  $p_t$  der Transversalimpuls in der r- $\phi$ -Ebene und q die Ladung des Teilchens. Durch eine Anpassung aller geladenen Spuren an einen gemeinsamen Ursprung kann zudem der Zerfallsvertex verschiedener Zwischenresonanzen sowie der Antiproton-Proton-Annihilationsvertex bestimmt werden [11].

#### 3.1.2 Rekonstruktion von Photonen im Kalorimeter

Um die Detektion von Photonen zu ermöglichen, werden die digitalisierten Szintillationssignale mit Hilfe von Kalibrationskonstanten in Energiewerte umgerechnet. Zur Rauschunterdrückung werden nur Kristalle mit einem Energieeintrag oberhalb eines Schwellenwertes  $E_{SR}$ berücksichtigt. Da sich in der Regel ein elektromagnetischer Schauer über mehrere benachbarte Szintillationskristalle erstreckt, werden mit Hilfe von BCTRACK die Kristalle, die einen Energiedeposit oberhalb einer weiteren Schwelle  $E_{SN}$  aufweisen, zusammengefasst. Dies dient dazu, benachbarte, räumlich nur leicht überlappende elektromagnetische Schauer zu trennen. Solch eine Gruppe von Kristallen ist als Cluster definiert, wenn die Summe aller Energien den Schwellenwert  $E_{SC}$  überschreitet.

Um Photonen mit stark überlappenden Schauern auflösen zu können, wird jedes Cluster auf lokale Maxima in den Energieeinträgen der Einzelkristalle untersucht. Wenn dabei nur ein lokales Maximum gefunden wird, wird die gesamte Energie einem einzigen Photon zugeschrieben. Bei mehreren gefundenen Maxima werden nur denen Teilchen zugeordnet, die einen zusätzlichen Schwellenwert  $E_{SP}$  überschreiten, sofern es sich nicht bereits um das größte lokale Maximum innerhalb eines Clusters handelt. Die auf diese Weise separierten Energiedepositionen werden als PED (vom englischen Particle Energy Deposit) bezeichnet, wobei eine Energiedeposition ein PED darstellt, welcher die Energie und die Flugrichtung des Teilchens definiert. Wird zudem in der Nähe eines PEDs keine geladene Spur registriert, wird angenommen, dass es sich um ein Photon handelt. Für die beschriebenen Schwellen werden die Werte aus vorhergegangenen Arbeiten [11] festgelegt, welche nochmals in der Tabelle 3.1 aufgelistet sind.

Größe	Bedeutung	Schwellenwert
$E_{SR}$	minimale Energie im Einzelkristall	1 MeV
$E_{SN}$	minimale Energie der Nachbarkristalle	4  MeV
$E_{SC}$	minimale Energie des Clusters	$20 { m MeV}$
$E_{SP}$	minimale Energie eines PEDs	$20 { m MeV}$

Tabelle 3.1: Schwellenwerte für die Rekonstruktion eines PEDs.

Bei diesem Vorgehen können jedoch Probleme auftreten, die die korrekte Detektion von Photonen erschweren. Zerfällt zum Beispiel ein neutrales Pion in zwei Photonen, ist es möglich, dass die zwei Photonen einen sehr kleinen Zerfallswinkel haben und deren Energieeintrag als ein PED registriert wird. Das würde dazu führen, dass anstatt zwei Photonen nur eines rekonstruiert wird. Es kann auch genau der umgekehrte Fall auftreten, dass ein Photon aufgrund statistischer Schwankungen ein zweites Maximum innerhalb eines Clusters oder sogar ein zweites, ganzes Cluster erzeugt. Diesen Fall bezeichnet man als elektromagnetische Schauerfluktuation oder auch Split-off.

Zur Erkennung von elektromagnetischen Schauerfluktuationen wird die Software BRAIN verwendet. Es handelt sich dabei um ein künstliches, neuronales Netz, welches mit Monte Carlo-Daten zu Erkennung von Split-Offs trainiert wurde und womit die betroffenen Ereignisse repariert werden können. Neben den elektromagnetischen Split-Offs können bei Kanälen mit geladenen Teilchen auch hadronische Split-Offs auftreten, welche durch Wechselwirkungen mit den Kristallen oder mit anderen Materialien im Detektor entstehen können. Diese werden mit Hilfe des neuronalen Netzes JHONNY WALKER erkannt und anschließend verworfen.

### 3.2 Vorselektion der Daten

Ziel der Vorselektion ist es, durch sehr grobe und wenig rechenintensive Kriterien und Schnitte (Cuts), die vorhandene Datenmenge von Untergrundereignissen zu befreien. So kann der Datensatz für die rechenintensiveren Selektionsschritte, denen auch der kinematische Fit zugeordnet werden kann, minimiert werden, um nicht zuletzt eine Zeitersparnis zu erzielen. Im Rahmen dieser Arbeit mit der zu untersuchenden Reaktion  $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  werden folgende Selektionskriterien angewandt:

- Anzahl geladener Spuren (=2),
- ein positiv und ein negativ geladenes Teilchen im Endzustand,
- Anzahl der Photonen im Endzustand (=4),
- Erhaltung des  $\overline{p}p$ -Gesamtimpulses (Die Abweichung vom Nominalwert für den Gesamtimpuls darf nicht größer als 500 MeV/c sein),
- mindestens 6 Treffer in der JDC,
- die Position entlang der Strahlachse (Z-Koordinate<sup>1</sup>) des rekonstruierten Primär-Vertex darf nicht mehr als 30 mm gegenüber dem Ursprung (Schwerpunkt) verschoben sein.

Die Anforderungen für den Impuls sind bei der Vorselektion zunächst nur sehr weich gewählt worden, da im Folgenden eine genaue Optimierung der Energie- und Impuls-Cuts bei der kinematischen Anpassung vorgenommen wird. Die weichen Cuts auf den Impuls in der Vorselektion dienen lediglich der Zeitersparnis beim kinematischen Fit, da so offensichtlich nicht passende Ereignisse von vornherein entfernt werden. Zudem wird bei der Vorselektion keine Teilchenidentifikation vorgenommen, sondern lediglich gefordert, dass ein positiv und ein negativ geladenes Teilchen im Endzustand vorkommen müssen. Die Teilchenidentifikation wird indirekt über die kinematische Anpassung, anhand der geforderten Energien der Teilchen, umgesetzt.

Mit dem Schnitt auf den Z-Vertex sollen alle außerhalb des Targets stammenden Ereignisse verworfen werden. So werden zum Beispiel auch Ereignisse, welche durch Annihilationsprozesse im Vetozähler, der sich 10-15 cm hinter dem Target befindet, aus dem Datensatz ausgeschnitten. In Abbildung 3.1 erkennt man an der Z-Vertex Verteilung, dass genau in diesem Bereich (10 cm bis 15 cm) Ereignisse registriert werden, welche durch Reaktionen im Vetozähler erzeugt wurden.

Im Verhältnis zum Antiprotonenstrahl ist das Target nicht genau zentriert, sodass der Schwerpunkt der Verteilung des Annihilationsvertex leicht verschoben ist und ohne weitere Berücksichtigung zu einem systematischen Fehler bei der Rekonstruktion führen würde. Daher wird der Cut für den Z-Vertex 3 cm um den Schwerpunkt gesetzt und nicht um den Nullpunkt. Nach [15] wurde für die Strahlzeit 1996 der Schwerpunkt bei z = -0,65 cm ermittelt und in vorherigen Arbeiten auch bereits verifiziert [23].

Da das beim Crystal Barrel-Experiment verwendete Target eine zylindrische Form hatte, wurde zusätzlich zu dem Z-Vertex-Cut auch ein Cut in der  $\rho$ -Koordinate<sup>2</sup> gesetzt. Dabei wurden alle Ereignisse ausgeschlossen bei denen der  $\rho$ -Vertex mehr als 2 cm senkrecht zur Z-Achse verschoben war (Abbildung 3.1). Die hierbei gewählten Schnitte beziehen sich auf die Abmessungen des Targets mit einer abgeschätzten Toleranz bedingt durch Messfehler sowie durch das Auflösungsvermögen der Detektorkomponenten.

Unter Anwendung der gesamten Vorselektion konnte die Datenmenge bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c bereits um mehr als einen Faktor von 10 reduziert werden.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Zylinderkoordinaten ( $\rho$ ,  $\phi$  und Z)

 $<sup>^2 \</sup>text{Die}~\rho\text{-Koordinate}$  bezeichnet den Radius des Targets in zylindrischen Koordinaten.



**Abbildung 3.1:** Links: Z-Vertex-Verteilung am Beispiel des Antiprotonenstrahlimpulses  $p_{\overline{P}} = 900 \text{ MeV/c}$  ohne Cut. Ereignisse im Bereich zwischen 10 und 15 cm resultierend durch Annihilationsprozesse im Vetozähler. Rechts:  $\rho$ -Vertex-Verteilung am Beispiel des Antiprotonstrahlimpulses  $p_{\overline{P}} = 900 \text{ MeV/c}$  ohne Cut.

### 3.3 Kinematische Anpassung

Grundlage der kinematischen Anpassung bilden die Vierervektoren der vorselektierten Endzustandsteilchen, welche Informationen über den Impuls in den drei Raumkoordinaten sowie die Energie verfügen. Für die Vierervektoren sowie deren Kombinationen können somit zusätzliche Randbedingungen wie zum Beispiel Energie- und Impulserhaltung der Teilchen im Gesamtsystem gefordert werden. Folglich ergibt sich die Möglichkeit, durch die Variation der gemessenen Daten innerhalb ihrer Messunsicherheiten diese nachträglich an die Randbedingungen anzupassen.

Außerdem können auch physikalische Zwangsbedingungen wie invariante Massen von Zwischenresonanzen berücksichtigt werden.

Dabei kann die Berechnung der invarianten Masse eines n-Teilchens-Systems über die Beziehung

$$m_n^2 = \left(\sum_{i=1}^n \mathcal{P}_i/c\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n E_i/c^2\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \vec{p}_i/c\right)^2$$
(3.2)

realisiert werden. So muss die invariante Masse zweier Photonen, die aus dem Zerfall eines neutralen Pions stammen, gerade der Ruhemasse des Pions entsprechen.

Durch die Anpassung der Messgrößen an die Zwangsbedingungen oder auch Nebenbedingungen kann zum einen die Datenqualität verbessert und zum anderen der Untergrund deutlich reduziert werden. Die Güte der Anpassung wird dabei durch den  $\chi^2$ -Test ermittelt, wobei die kinematische Anpassung in dieser Arbeit auf der Lagrange-Multiplikatoren-Methode basiert. Dazu wird das Softwarepaket CBKFIT verwendet, welches im Folgenden erläutert wird.

Zur kinematischen Anpassung werden, wie bereits erwähnt, alle Messgrößen gleichzeitig innerhalb ihrer Fehlergrenzen variiert. Bei n fehlerbehafteten Messwerten  $x_i^m \pm \sigma_i, i = 1, ..., n$ mit L Nebenbedingungen ergeben sich L Gleichungen, welche die Nebenbedingungen

$$F_{\lambda}(x_1^k, ..., x_n^k) = 0, \qquad \lambda = 1, 2, ..., L$$
 (3.3)

wiedergeben, wobei  $x_i^k$  die korrigierten Werte darstellen.  $F_{\lambda}$  liefert die besten Lösungen, wenn die Werte  $(x_1^k, ..., x_n^k)$  am geringsten von den Messwerten  $x_i^m$  abweichen, beziehungsweise das dazugehörige  $\chi^2$  sein Minimum erreicht hat. Dementsprechend wird die Abweichung  $\chi^2$  definiert:

$$\chi^2(x_1^k, ..., x_n^k) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i^k - x_i^m}{\sigma_i}\right)^2.$$
(3.4)

Die Funktion 3.4 kann mit 3.3 und den Lagrange-Multiplikatoren  $\alpha_\lambda$ zu

$$\chi^{2}(x_{1}^{k},...,x_{n}^{k},\alpha_{1},...,\alpha_{L}) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_{i}^{k} - x_{i}^{m}}{\sigma_{i}}\right)^{2} + \sum_{\lambda=1}^{L} \alpha_{\lambda} \cdot F_{\lambda}(x_{1}^{k},...,x_{L}^{k})$$
(3.5)

erweitert werden. Das Minimum für das  $\chi^2$ erhält man durch Gleichsetzen der Gradienten von 3.5 mit Null.

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial x_i^k} = 2 \cdot \frac{x_i^k - x_i^m}{\sigma_i^2} + \sum_{\lambda=1}^L \alpha_\lambda \cdot \frac{\partial F_\lambda(x_1^k, ..., x_L^k)}{\partial x_i^k} = 0, \qquad i = 1, ..., n$$
(3.6)

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha_\lambda} = F_\lambda(x_1^k, ..., x_L^k) = 0, \qquad \lambda = 1, ..., L$$
(3.7)

Die Variation der Messwerte  $x_i^k - x_i^m$  ergibt die sogenannte Pullverteilung, welche normiert auf die Messfehler mit einer Breite von  $\sigma = 1$  um Null normalverteilt sein sollte. In der Praxis sind jedoch diesbezüglich Abweichungen zu vernehmen, welche durch Untergrundereignisse und systematische Fehler hervorgerufen werden. Zudem können die verwendeten Messfehler die tatsächlichen Messfehler über- oder unterschätzen, sodass die Pull-Verteilungen nicht genau die Breite von Eins haben. Daher wird eine Pull-Optimierung durchgeführt, um die Breiten nahezu auf Eins zu optimieren.

Durch Lösen der Gleichungssysteme kann sich der ergeben<br/>e $\chi^2$ -Wert in eine Konfidenzniveauverteilung (engl. confidence level (CL))

$$CL(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{1}{2^{m/2} \Gamma(m/2)} \cdot z^{(m/2)-1} \cdot e^{-z/2} dz$$
(3.8)

umrechnen lassen. Das Konfidenzniveau gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, dass die gewählte Hypothese zutrifft.

#### 3.3.1 Untersuchungen der Messfehler

Da die bei dem Experiment ermittelten Messwerte fehlerbehaftet sind, bedarf es für eine erfolgreiche kinematische Anpassung genauer Kenntnisse dieser Größen. Wie bereits in Abschnitt 3.3 beschrieben, liefern die sogenannten Pullverteilungen ein Maß für die Güte der Messfehler der kinematischen Größen. Bei den kinematischen Größen der Photonen, also der neutralen Teilchen, handelt es sich um den Polarwinkel  $\theta$ , den Azimutwinkel  $\phi$  und die Energie E, während es sich bei den geladenen Pionen um die aus dem Abschnitt 3.1.1 bereits bekannten Größen  $\alpha$ ,  $\Psi_0$  und  $\lambda$  handelt. Die Anpassung der Messfehler erfolgt über die Vorgabe von globalen Skalierungsfaktoren, die variiert werden können, bis die Pullverteilungen optimal mit einer Breite  $\sigma = 1$  um den Nullpunkt  $\mu$  gaußverteilt sind.

Um den sehr aufwendigen, iterativen Prozess der Pullverteilungsoptimierung zu vereinfachen, wurde ein Verfahren zur Automatisierung entwickelt. Dieses Verfahren dient nicht nur der präziseren Bestimmung der Skalierungsfaktoren, sondern auch der Zeitersparnis. Dabei wird schrittweise der  $\chi^2$ -Wert der Anpassung einer Gaußverteilung an der Pullverteilung ermittelt und durch entsprechende Variation der Skalierungsfaktoren im jeweils nächsten Schritt minimiert. Der Prozess wird so lange fortgeführt, bis der  $\chi^2$ -Wert konvergiert und ein Minimum erreicht hat.

In Abbildung 3.2 bis 3.5 sind die optimierten Pullverteilungen der neutralen und geladenen Teilchen für den Strahlimpuls  $p_{\overline{p}} = 900 \text{ MeV/c}$  sowie das dazugehörige Konfidenzniveau exemplarisch dargestellt. Die Pullverteilungen und das Konfidenzniveau für den Strahlimpuls  $p_{\overline{p}} = 1940 \text{ MeV/c}$  befinden sich im Anhang (A.1). Die dargestellten Verteilungen wurden auf die Hypothese  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  optimiert, da dieser Endzustand nicht nur den Signalkanal darstellt, sondern auch einen sehr hohen Wirkungsquerschnitt und somit viele Ereignisse mit relativ wenigen Untergrundereignissen aufweist. Es ist deutlich zu erkennen, dass alle Pullverteilungen mit einer Breite nahe bei Eins um Null normalverteilt verteilt sind. Auch das Konfidenzniveau ist oberhalb des Wertes von 0.3 flach verteilt.

Die Pullverteilungen hätten insofern noch weiter optimiert werden können, sodass alle Breiten, insbesondere die für die geladenen Pionen, bei  $\sigma = 1$  hätten eingestellt werden können. Dies hatte jedoch eine Erhöhung der Untergrundereignisse zufolge, was im Bereich der Signalereignisse einen deutlich positiven Anstieg des Konfidenzniveaus bewirkte. Aufgrund dessen wurden die Skalierungsfaktoren so eingestellt, dass die Breiten minimal höher ausfallen als  $\sigma = 1$ , was auf zu klein abgeschätzte Messfehler hindeutet. Dadurch werden zwar Ereignisse verworfen, jedoch wird damit die Anzahl der Untergrundereignisse klein gehalten und die Qualität des Datensatzes verbessert.

Mit den optimierten Skalierungsfaktoren kann schließlich der kinematische Fit durchgeführt werden.

## 3.4 Anwendung der kinematischen Anpassung und Betrachtung des Untergrunds

Untergundkanäle beziehungsweise Untergrundhypothesen sind Kanäle, die aufgrund ihrer Ähnlichkeit zur Signalhypothese nur sehr schwer oder gar nicht aus dem zu untersuchenden Datensatz verworfen werden können. So kann zum Beispiel ein  $\eta$  als  $\pi$  fehlidentifiziert werden, da beide in Experimenten über ihre Zerfallsprodukte ( $2\gamma$ ) gemessen werden. Es besteht auch die Möglichkeit, dass eines der Zerfallsprodukte im Detektor nicht gemessen und dieser Kanal dann einer falschen Reaktion zugeordnet wird. Im umgekehrten Fall würde ein zusätzliches,



**Abbildung 3.2:** Pullverteilungen der Photonen für die Faktoren  $\phi$  (a),  $\theta$  (b) und  $\sqrt{E}$  (c) bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c.



**Abbildung 3.3:** Pullverteilungen der positiv geladenen Pionen für die Faktoren  $\Psi_0$  (a),  $\alpha$  (b) und  $\lambda$  (c) bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c.



**Abbildung 3.4:** Pullverteilungen der negativ geladenen Pionen für die Faktoren  $\Psi_0$  (a),  $\alpha$  (b) und  $\lambda$  (c) bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c.


**Abbildung 3.5:** Konfidenzniveau des Kanals  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c nach der Optimierung der Skalierungsfaktoren.

zur gleichen Zeit gemessenes Teilchen wie zum Beispiel ein Gamma einer anderen Reaktion zugeordnet werden. Damit diese Untergrundkanäle verstanden und so weit wie möglich aus der Signalhypothese verworfen werden können, bedarf es je nach Kanal teils sehr aufwendiger Untergrundstudien.

Nach dem kinematischen Fit zeigte sich jedoch, dass die Reaktion  $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  sehr viele Ereignisse in der Ordnung von 10<sup>5</sup> und einen geringen Untergrund im Verhältnis zu den Signalereignissen aufweist. Dies liegt zugleich an dem sehr hohen Wirkungsquerschnitt des Kanals und an der guten Selektion. Somit können bei den Untergrundstudien deutlich härtere Schnitte vorgenommen werden, um möglichst viele Untergrundereignisse zu verwerfen, wodurch auch einige Signalereignisse verworfen würden. Dies wird jedoch in Anbetracht der verhältnismäßig hohen Datenmenge zugunsten eines qualitativ hochwertigeren Datensatzes in Kauf genommen.

Aufgrund des verhältnismäßig sehr geringen Untergrundes sind zudem keine aufwendigen und zeitintensiven Untergrundstudien notwendig. Nichtsdestotrotz wurden mit dem kinematischen Fit unterschiedliche Hypothesen, die aufgrund der Ähnlichkeit zum Reaktionskanal als Signalhypothese fehlidentifiziert werden könnten, angepasst und die Konfidenzniveaus dieser mit dem der Signalhypothese verglichen. Eine Auflistung aller verwendeten Untergrundhypothesen liefert die Tabelle 3.2. Des Weiteren befinden sich in der Tabelle 3.2 auch Untergrundhypothesen, die allein aufgrund ihrer Multiplizität schon bei der Vorselektion verworfen werden würden. Aber auch diese Kanäle können, wie bereits erwähnt, durch zeitgleiches Messen eines zusätzlichen Teilchens oder Verlust eines Signalteilchens einen Beitrag liefern. Da diese jedoch nicht mit dem kinematischen Fit angepasst werden können, werden zu diesen Kanälen Monte Carlo-Daten generiert und analysiert. Damit soll eine quantitative Einschätzung dieser sich im Datensatz befindlichen Untergrundereignisse geliefert werden. Für diese Einschätzung wurden 10 Mio. Monte-Carlo Ereignisse generiert und die Zahl der fälschlich akzeptierten Untergrundereignisse der Untergrundkanäle 4) und 5) aus der Tabelle 3.2 bestimmt und in der Tabelle 3.3 aufgelistet.

Signalhypothese	Untergrundhypothese
1) $\pi^{+}\pi^{-}\pi^{0}\pi^{0}$ 2) $\pi^{+}\pi^{-}4\gamma$	$ \begin{array}{c c} 1) \pi^{+}\pi^{-}\pi^{0}\eta \\ 2) \pi^{+}\pi^{-}\eta\eta \\ 3) K^{+}K^{-}\pi^{0}\pi^{0} \end{array} $
	$ \begin{array}{c} 4) \pi^{+}\pi^{-}\pi^{0} \\ 5) \pi^{+}\pi^{-}3\pi^{0} \end{array} $

**Tabelle 3.2:** Signal- und Untergrundhypothesen zu Studien des Untergrunds für 900 MeV/c und 1940 MeV/c.

An den Daten der Tabelle 3.3 erkennt man sehr deutlich, dass verhältnismäßig wenige Ereignisse der Untergrundkanäle 4) und 5) zu den Signaldaten beitragen. Den stärksten Beitrag liefert dabei die Reaktion nach  $\pi^+\pi^-3\pi^0$  mit  $1,72 \cdot 10^{-3}$  %.

Untergrundkanal	Anzahl der Ereignisse $(CL_{Signal} > 10\%)$
$\pi^+\pi^-\pi^0$	31
$\pi^{+}\pi^{-}3\pi^{0}$	172

**Tabelle 3.3:** Als Signal akzeptierte Ereignisse der Untergrundkanäle bei 10 Mio. generierten Monte Carlo-Signalereignissen mit einem Schnitt auf das Konfidenzniveau der Signalhypothese bei CL >10%.

Zu den Untergrundhypothesen 1), 2) und 3) aus der Tabelle 3.2 wurden ebenfalls Monte Carlo-Ereignisse generiert, anhand derer iterativ die Schnitte auf das jeweilige Konfidenzniveau bestimmt werden können.

Hypothese	Тур	Schnitt auf CL
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	Signal	>10~%
$\pi^+\pi^-\pi^0\eta$	Untergrund	< 1 ~%
$\pi^+\pi^-\eta\eta$	Untergrund	$< \operatorname{CL}(\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0)$
$K^+ K^- \pi^0 \pi^0$	Untergrund	< 1~%

**Tabelle 3.4:** Signalhypothese und Untergrundhypothesen sowie die jeweiligen Selektionskriterien auf das Konfidenzniveau (CL) des Untergrunds.

In der Tabelle 3.4 sind die Schnitte auf das Konfidenzniveau der Untergrundhypothesen, welche mittels Monte-Carlo Studien ermittelt wurden, aufgelistet. Dabei ergaben diese Schnitte das beste Signal-zu-Untergrund-Verhältnis ( $\sigma = S/\sqrt{S+B}$ ; S = Signalereignisse, B = Untergrundereignisse).

# 3.5 Zusammenfassung der selektierten Ereignisse

In der Tabelle 3.5 sind alle durchgeführten Selektionsschritte sowie die daraus resultierenden Ereigniszahlen zusammengefasst. Die Analyse der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  beschränkt sich dabei auf die Strahlimpulse 900 MeV/c und 1940 MeV/c.

	$900~{\rm MeV/c}$	$1940~{\rm MeV/c}$
eingelesene Ereignisse	14913520	55811236
zwei geladenen Teilchen	10067279	32564054
ein positiv und ein negativ geladenes Teilchen	8685688	24997169
6 Teilchen im Endzustand (Split-Off-Erkennung)	1930153	5007389
Impuls- und Energiefenster	1769648	3116329
min. 6 Treffer in der JDC zur Rekonstruktion	1716381	2897373
z-Vertex Cut	525712	825582
$\rho$ -Vertex Cut	524365	824175
Hypothese des kin. Fits $[CL(\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0) > 0.1\%]$		
$\pi^+\pi^-4\gamma$ -Ereignisse	520464	818426
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ -Ereignisse	403402	537290
Signalereignisse nach den Cuts auf das		
Konfidenzniveau des Untergrunds und der		
Signalhypothese [Tabelle 3.4]	295231	385043

**Tabelle 3.5:** Zusammenfassung der Selektionsschritte für den Kanal  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  bei 900 MeV/c und 1940 MeV/c.

Es ist deutlich zu erkennen, dass der Kanal sehr hohe Ereigniszahlen aufweist, welche durch den sehr hohen Wirkungsquerschnitt zu begründen sind.

# 3.6 Ergebnisse der Datenselektion

Nachdem der Untergrund verstanden und die Rohdaten selektiert wurden, wird nun nach Zwischenresonanzen in dem Kanal  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  gesucht. Dazu werden die Daten für die Strahlimpulse bei 900 MeV/c und 1940 MeV/c mit den in der Software ROOT zur Verfügung stehenden Werkzeugen analysiert und visualisiert. Primäres Ziel der Datenanalyse ist es, durch Betrachtung der invarianten Massen, einen Überblick über die offensichtlich beitragenden Zwischenresonanzen zu erhalten.

Außerdem kann eine zweifelsfreie Identifizierung der Hauptbeiträge für die spätere Partialwellenanalyse hilfreich sein, da diese direkt in Form einer Basishypothese eingebaut werden können.

Für die Daten bei dem hohen Strahlimpuls (1940 MeV/c) werden hierbei nur vereinzelte Spektren, an denen Strukturen deutlicher als bei den niedrigen Strahlimpuls zu erkennen

sind, diskutiert. Die Spektren der 1940 MeV/c-Daten, die die gleichen Strukturen wie bei den 900 MeV/c-Daten aufweisen, befinden sich im Anhang A.5.

#### 3.6.1 Untersuchungen der $2\pi$ -Systeme

Der Kanal  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  weist durch die zwei neutralen Pionen eine hohe Kombinatorik auf, wodurch die Erstellung der Histogramme recht komplex ist. Zur Identifikation signifikanter Signale im  $2\pi$ -Zerfall werden alle möglichen Kombinationen der invarianten  $2\pi$ -Massen aufgetragen und diskutiert. Dadurch können einzelne, stark beitragende Resonanzen identifiziert werden.



**Abbildung 3.6:** Invariante  $\pi^{\pm}\pi^{0}$ -Massen bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c. In (a) und (b) sind jeweils die invarianten  $\pi^{+}\pi^{0}$ - und  $\pi^{-}\pi^{0}$ -Massenspektren einzeln aufgetragen, anhand derer das dominante  $\rho^{\pm}$  zwischen 600 und 900 MeV/c<sup>2</sup> zu erkennen ist.

Bei den Untersuchungen der invarianten  $2\pi$ -Massen stellte sich heraus, dass bei dem Kanal  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  die Resonanzen  $\rho^+(770)$ ,  $\rho^-(770)$ ,  $\rho^0(770)$  und  $f_2(1270)$  sehr stark beitragen. In Abbildung 3.6 (a) und (b) sind die invarianten  $\pi^+\pi^0$ - und  $\pi^-\pi^0$ -Massen mit den jeweiligen Kombinationsmöglichkeiten ( $[\pi^+\pi_1^0]$ ,  $[\pi^+\pi_2^0]$ ,  $[\pi^-\pi_1^0]$  und  $[\pi^-\pi_2^0]$ ) aufgetragen. Den größten Beitrag im  $2\pi$ -Zerfall liefert dabei das  $\rho^{\pm}(770)$ , dessen Struktur jeweils zwischen 600 und 900 MeV/c<sup>2</sup> sehr deutlich zu erkennen ist.

In Abbildung 3.7 sind in Form eines Goldhaber-Diagramms für die zwei Strahlimpulse bei 900 MeV/c und 1940 MeV/c die invarianten  $\pi^+\pi^0_{1,2}$ - und  $\pi^-\pi^0_{2,1}$ -Massen gegeneinander aufgetragen. Dabei ist sehr deutlich zu erkennen, dass der Zerfall in den Endzustand über zwei geladene  $\rho$ -Mesonen dominierend ist. Damit stellt die Reaktion  $\overline{p}p \to \rho^+\rho^- \to (\pi^+\pi^0)(\pi^-\pi^0)$  einen starken Beitrag dar.

Mindestens genauso stark beitragend ist jedoch auch das  $\rho^0$  sowie das  $f_2(1270)$ , welche durch den Zerfall in  $\pi^+\pi^-$  und  $\pi^0\pi^0$  anhand der invarianten Massen in Abbildung 3.8 zu erkennen sind.



Abbildung 3.7: Invariante  $\pi^{-}\pi^{0}_{1,2}$ -Masse aufgetragen gegen die invariante  $\pi^{+}\pi^{0}_{2,1}$ -Masse in Form eines Goldhaber-Diagramms für die Antiprotonenstrahlimpulse 900 und 1940 MeV/c.



**Abbildung 3.8:** Invariante  $\pi^+\pi^-$  und  $\pi^0\pi^0$ -Massen bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c. In (a) ist die invariante  $\pi^+\pi^-$ -Masse aufgetragen, bei dem das neutrale  $\rho$  im Massenbereich zwischen 600 und 800 MeV/c<sup>2</sup> dominierend ist. In (b) ist die invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse aufgetragen. Dabei erkennt man im Bereich 1200 - 1300 MeV/c<sup>2</sup> den signifikanten Beitrag des  $f_2(1270)$ .

Mittels der Goldhaber-Diagramme für den niedrigen sowie hohen Strahlimpuls in Abbildung 3.9 wird der Hauptbeitrag für den neutralen  $2\pi$ -Zerfall ersichtlich. Dabei handelt es sich um die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow \rho^0 f_2(1270) \rightarrow (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0)$ .



Abbildung 3.9: Invariante  $\pi^+\pi^-$ -Masse aufgetragen gegen die invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse in Form eines Goldhaber-Diagramms für die Antiprotonenstrahlimpulse 900 und 1940 MeV/c.

Hierbei sei zu erwähnen, dass das  $\rho^0$  ein quantenmechanischer Überlagerungszustand einer  $u\overline{u}$  und  $d\overline{d}$  Kombination ist

$$|\rho^{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\overline{u}\rangle - |d\overline{d}\rangle)$$

und daher nur in zwei entgegengesetzt geladene Teilchen zerfällt und nicht in zwei neutrale. Damit kann der Zerfall nach  $2\pi^0$  nicht von dem  $\rho^0$  stammen. Die Erklärung hierfür folgt über die Isospinkopplung. Dabei ergibt sich für die Reaktion  $\rho^0 \rightarrow 2\pi^0$  der Clebsch Gordan-Koeffizient

$$\langle I(\pi^0) \ I_z(\pi^0) \ I(\pi^0) \ I_z(\pi^0) \ | \ I(\rho^0) \ I_z(\rho^0) \rangle = \langle 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ | \ 1 \ 0 \rangle = 0.$$

#### 3.6.2 Untersuchungen der $3\pi$ -Systeme

Bei der Betrachtung der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse in Abbildung 3.10 wird deutlich, dass das  $\omega$  ebenfalls einen starken Beitrag liefert. Das  $\omega$  hat eine sehr schmale Breite von 8,49 MeV/c<sup>2</sup> [20] und stellt somit in der invarianten  $3\pi$ -Masse einen sehr scharfen Peak dar, wodurch es leicht zu identifizieren ist. Zudem ist das  $\omega$  im Verhältnis zu den bisher identifizierten Beiträgen nur sehr schwach Untergrund behaftet, sodass mit Hilfe von Massenschnitten in diesem Bereich, das  $\omega$  mit relativ geringem Untergrund selektiert werden kann. Einen kleinen Beitrag im  $3\pi$ -Zerfall liefert auch das  $\eta(547)$ , welches in der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse bei etwa 550 MeV/c<sup>2</sup> zu erkennen ist. In den Bereichen um 1300 MeV/c<sup>2</sup> sowie 1600 MeV/c<sup>2</sup>

lassen sich ebenfalls Strukturen erahnen, welche in der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse bei dem hohen Strahlimpuls (Abbildung 3.6 (b)) ausgeprägter sind.



Abbildung 3.10: Invariante  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen bei Antiprotonenstrahlimpulsen von 900 MeV/c [(a)] und 1940 MeV/c [(b)].

Bei den invarianten  $\pi^+\pi^0\pi^0$  und  $\pi^-\pi^0\pi^0$ -Massen in Abbildung 3.11 sind die Strukturen bei 1300 MeV/c<sup>2</sup> deutlicher zu erkennen. Ein wahrscheinlicher Beitrag in diesem Bereich ist das  $a_2(1320)$ , welches nach [20] hauptsächlich in  $3\pi$  zerfällt. Die im invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massenspektrum deutlich erkennbare Struktur bei 1600 MeV/c<sup>2</sup> ist jedoch in den invarianten  $\pi^{\pm}\pi^0\pi^0$ -Massenspektren in Abbildung 3.11 nicht mehr wahrzunehmen. Dies ist ein Hinweis darauf, dass diese Struktur von einer Isospin-Null-Resonanz verursacht sein könnte.

Weitere mögliche Beiträge, wie zum Beispiel das  $a_1(1260)$  oder das  $\pi(1300)$ , lassen sich nicht mit Hilfe der invarianten Massenspektren, sondern nur mit einer Partialwellenanalyse identifizieren.

#### 3.6.3 Dalitz Diagramme

Ein Dalitz-Diagramm ist eine zweidimensionale Darstellung der invarianten Massen eines Dreikörperzerfalls. Üblicherweise werden in Dalitz-Diagrammen die Quadrate zweier der drei invarianten Massen  $m_{i,j}^2$  gegeneinander aufgetragen.

$$m_{1,2}^2 = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2, \qquad m_{1,3}^2 = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_3)^2$$
  
 $M = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3)^2$ 

Dabei stellt M die Masse des Mutterteilchen und  $\mathcal{P}_i$  die Viererimpulse der Zerfallsteilchen dar. Kinematisch wird mit einem Dalitz-Diagramm eine ebene Fläche festgelegt, in der sich jedes Ereignis darstellen lässt. Diese kinematische Fläche weist eine gleichmäßige Verteilung



Abbildung 3.11: Invariante  $\pi^{\pm}\pi^{0}\pi^{0}$ -Massen bei einem Antiprotonenstrahlimpuls von 900 MeV/c.

der Datenpunkte auf, während Resonanzen als Häufungen auftreten. Diese Häufungen, beziehungsweise Abweichungen von der kinematischen Gleichverteilung, sind auf die spezifische Dynamik der beitragenden Resonanzen zurückzuführen. Stammen zum Beispiel Teilchen 1 und 2 von einer Zwischenresonanz X mit der Masse  $m_{1,2} = m_X$ , würde man im Dalitz-Diagramm eine Häufung der Ereignisse als Band<sup>3</sup> entlang dieser Masse mit der spezifischen Breite sehen. Außerdem können mit Hilfe eines Dalitz-Diagramms nicht nur Massen und Breiten verschiedener Zwischenresonanzen ermittelt werden, sondern auch deren Spin und Parität. Diese Quantenzahlen lassen sich durch die Verteilung der Ereignisse entlang eines Bandes ermitteln.

In Abbildung 3.12 sind für den Strahlimpuls  $p_{\overline{p}} = 900 \text{ MeV/c}$  oben und für den Strahlimpuls  $p_{\overline{p}} = 1940 \text{ MeV/c}$  unten Dalitz-Diagramme für die Reaktionen  $\overline{p}p \rightarrow \rho^{\pm} \pi^{\mp} \pi^{0}$  und  $\overline{p}p \rightarrow \rho^{0} \pi^{0} \pi^{0}$  abgebildet.

Dazu wurden zur Selektion der  $\rho$ -Ereignisse Schnitte auf das entsprechende  $\pi\pi$ -Massenspektrum um das  $\rho$  gesetzt. Diese Schnitte auf das  $\rho$  sind jedoch stark Untergrund behaftet wie man an den invarianten  $2\pi$ -Massen in Abbildung 3.6 bzw. 3.8 erkennt und dienen lediglich zu vorläufigen Untersuchungen der Hauptbeiträge. An dem linken Dalitz-Diagramm bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c erkennt man im Massenbereich um  $1.7 \cdot 10^6 (\text{MeV/c}^2)^2$  sehr deutlich das  $a_2(1320)$ , welches in der eindimensionalen  $\rho\pi$ -Masse bereits zu beobachten war. Bei dem hohen Strahlimpuls in Abbildung 3.12 (c) sind die Bänder des  $a_2(1320)$  bei  $1.7 \cdot 10^6$  $(\text{MeV/c}^2)^2$  deutlicher zu erkennen. Außerdem ist in dem Diagramm mit dem hohen Strahlimpuls zusätzlich ein weiteres Band in der  $\rho^{\pm}\pi^{\mp}$ -Ebene bei  $2.8 \cdot 10^6 (\text{MeV/c}^2)^2 \doteq 1670 \text{ MeV/c}^2$ zu sehen, welches bei dem niedrigen Strahlimpuls nicht zu erkennen war. Desweiteren weisen die linken Dalitz-Diagramme (a) und (c) ein stark ausgeprägtes, diagonales Band in der  $\pi^{\mp}\pi^0$ -Ebene auf, welches aus der prominenten Reaktion  $\overline{p}p \to \rho^+\rho^- \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  resultiert.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Ein Band bezeichnet den Verlauf einer Häufung, welche sich diagonal oder senkrecht zu den Achsen eines Dalitz-Diagramms erstreckt.



**Abbildung 3.12:** Dalitz-Diagramme der Reaktionen  $\bar{p}p \rightarrow \rho^{\pm}\pi^{\mp}\pi^{0}$  und  $\bar{p}p \rightarrow \rho^{0}\pi^{0}\pi^{0}$  bei 900 MeV/c und 1940 MeV/c. Hierbei wurden für die Selektion der  $\rho$ -Ereignisse Schnitte auf das entsprechende  $\pi\pi$ -Massenspektrum um das  $\rho$  gesetzt.

In den Dalitz-Diagrammen (b) und (d) ist das Band in der  $\pi^0\pi^0$ -Masse dominierend, welches das  $f_2(1270)$  darstellt. In den neutralen  $\rho\pi$ -Ebenen bildet sich ebenfalls ein starker Bereich um 1600 - 1700 MeV/c<sup>2</sup> aus. Diese Strukturen konnten bereits in den eindimensionalen  $\rho\pi$ -Massen beobachtet werden und bedürfen zur Identifikation weiterer Untersuchungen. Nachdem die offensichtlichen Hauptbeiträge

- $\overline{p}p \rightarrow \rho^+ \rho^- \rightarrow (\pi^+ \pi^0)(\pi^- \pi^0)$
- $\overline{p}p \to \omega\pi \to (\pi^+\pi^-\pi^0)\pi^0$
- $\bar{p}p \to \rho^0 f_2(1270) \to (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0)$

identifiziert werden konnten, wird im folgenden Kapitel eine Partialwellenanalyse zur weiteren Untersuchungen der bisher bekannten Beiträge sowie der nicht trivial bestimmbaren Strukturen durchgeführt.

# Kapitel 4 Partialwellenanalyse

Die Untersuchung eines Kanals, wie sie im Abschnitt 3.6 ausgearbeitet wurde, basiert fast ausschließlich auf der Deutung ein- und zweidimensionaler Massenspektren. Damit können stark beitragende Zwischenresonanzen identifiziert werden, allerdings erhält man so keinerlei Informationen über die Prozesse zwischen den Anfangs- und Endzuständen. Eine Möglichkeit um dies zu untersuchen stellen Dalitz-Diagramme dar (3.6.3). So können durch die Randbedingungen eines Dreikörperzerfalls neben den Informationen zu Massen und Breiten zusätzlich Aussagen über Spin und Parität getroffen werden. Jedoch können auch hier zum Beispiel zwei beitragende Resonanzen mit ähnlichen Massen, welche aufgrund ihrer Breiten überlappen, nicht auseinander gehalten werden. Daher ist eine Partialwellenanalyse unter Berücksichtigung des gesamten Physenraums von Nöten, mittels derer alle Beiträge identifiziert werden können.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die theoretischen Grundlagen der Partialwellenanalyse vorgestellt.

## 4.1 Isobar-Modell

Bei den meisten kurzlebigen Resonanzen zeigte sich, dass diese hauptsächlich in zwei Tochterteilchen zerfallen, weshalb die in dieser Arbeit durchgeführte Partialwellenanalyse fast ausschließlich auf dem Isobar-Modell basiert. Demnach werden alle Zerfälle als sequentielle Zweikörperzerfälle angesehen.

$$\begin{array}{ll} X \to YZ & Y \to ab \\ & Z \to cd \end{array}$$

Damit können alle Reaktion, die über eine Zwischenresonanz X in zwei Teilchen Y und Z (Tochterteilchen) zerfallen, sehr gut mit dem Isobar-Modell beschrieben werden. Allerdings gibt es auch einige wenige Ausnahmen, wie zum Beispiel das  $\omega$  oder auch das  $\eta$ , welche direkt in drei Pionen zerfallen.

## 4.1.1 Antiproton-Proton-Annihilation

Protonen sowie Antiprotonen besitzen einen relativen Bahndrehimpuls L und koppeln zu einem Gesamtspin S. Dabei wird zwischen dem Singulettzustand mit den Spin S = 0 und dem Triplettzustand mit den Spin S = 1 unterschieden. Bei dem Prozess der  $\bar{p}p$ -Annihilation im Fluge bildet sich ein Zwischenzustand mit den Quantenzahlen  $J^{PC}$ , welcher anschließend in ein System mit analogen Quantenzahlen ls übergeht (Abbildung 4.1). Die Quantenzahlen des Zwischenzustands bezeichnen dabei den Gesamtdrehimpuls J, die Parität P sowie die Ladungsparität C.



Abbildung 4.1: Darstellung der Antiproton-Proton-Annihilation am Beispiel des sukzessiven Zweikörperzerfalls in die Zwischenresonanz  $X\pi$  und dem Folgezerfall  $X \to Y\pi$ . Durch die Annihilation des  $\overline{p}p$ -Systems mit den Quantenzahlen L und S bildet sich der Zwischenzustand mit den Quantenzahlen  $J^{PC}$ , welcher in die Zwischenresonanz X und  $\pi$  übergeht. Nach [23].

Durch die physikalischen Gesetzmäßigkeiten ergeben sich einige Einschränkungen für die möglichen Kombinationen von Quantenzahlen, welche im Folgenden erläutert werden.

Das  $\overline{p}p$ -System kann zunächst die Quantenzahlen  $J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, ...$  nach dem im Abschnitt 1.4 erwähnten Auswahlregeln (Gleichung 1.4) nicht annehmen. Außerdem kann anhand der Zerfallsteilchen X und  $\pi$  die Ladungsparität  $C = C(X) \cdot C(\pi)$  des Systems bestimmt werden. Dadurch, dass der Annihilationsprozess von der starken Wechselwirkung vermittelt wird, ist die C-Parität beim Zwischenzustand  $J^{PC}$  festgelegt. Des Weiteren ist l durch die Drehimpulserhaltung sowie durch die Erhaltung der Parität  $P = P(X) p(\pi) (-1)^{l}$  mit  $J^{P}$ verknüpft. Auch s kann durch Kenntnis der Zerfallsprodukte bestimmt werden. Damit sind die möglichen Kombinationen von Quantenzahlen für jede Reaktion genau definiert.

Bei der Antiproton-Proton-Annihilation im Fluge sind jedoch die maximalen Bahndrehimpulse  $L_{max}$  und  $J_{max}$  von dem Strahlimpuls abhängig und zunächst nicht bekannt. Da die Ermittlung des maximal beitragenden Bahndrehimpulses  $L_{max}$  im Antiproton-Proton-Systen für die hier zu untersuchende Reaktion sehr aufwendig und im Rahmen dieser Arbeit aus zeitlichen Gründen nicht möglich ist, wird für die Partialwellenanalyse der Bahndrehimpuls auf Grundlage früherer Untersuchungen [23] eingestellt. In der Tabelle 4.1 sind exemplarisch die Anfangszustände bis  $J_{max} = 6$  aufgelistet.

J	$\mathrm{Singulett} \ \lambda = 0$	$J^{PC}$	Triplett $\lambda = \pm 1$	$J^{PC}$	$\mathrm{Triplett}\ \lambda=\pm 1, 0$	$J^{PC}$
0	${}^{1}S_{0}$	$0^{-+}$			${}^{3}P_{0}$	$0^{++}$
1	$^{1}P_{1}$	$1^{+-}$	${}^{3}P_{1}$	1++	${}^{3}S_{1}, {}^{3}D_{1}$	1
2	$^{1}D_{2}$	$2^{-+}$	${}^{3}D_{2}$	$2^{}$	${}^{3}P_{2}, {}^{3}F_{2}$	$2^{++}$
3	${}^{1}F_{3}$	$3^{+-}$	${}^{3}F_{3}$	$3^{++}$	${}^{3}D_{3}, {}^{3}G_{3}$	3
4	${}^{1}G_{4}$	$4^{-+}$	${}^{3}G_{4}$	4	${}^{3}F_{4}, {}^{3}H_{4}$	$4^{++}$
5	$^{1}H_{5}$	$5^{+-}$	${}^{3}H_{5}$	$5^{++}$	${}^{3}G_{5}, {}^{3}I_{5}$	5
6	$^{1}I_{6}$	6-+	${}^{3}I_{6}$	6	$^{3}H_{6}, ^{3}J_{6}$	$6^{++}$

**Tabelle 4.1:** Antiproton-Proton Anfangszustände. J gibt den Gesamtdrehimpuls des Systems an. Die relativen Bahndrehimpulse L sind in den Namen der Zustande  $S, P, D, F, G, \dots$  für  $L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  enthalten. [11]

## 4.2 Formalismus

#### 4.2.1 Helizitätsformalismus

Eine Partialwellenanalyse beruht unter anderem auf der Anpassung von Zerfallswinkelverteilungen, welche sich je nach Resonanz und dem damit verbundenen Spin unterscheiden. Der Helizitätsformalismus ist eine Möglichkeit Winkelverteilungen in relativistischen Streu- und Zerfallsprozessen zu beschreiben. Es existieren auch andere Formalismen zur Bestimmung der Winkelverteilungen, allerdings sind diese im wesentlichen schwerer in der Handhabung. Beispiele dafür sind der Spin-Bahn-Formalismus, welcher aus der nicht relativistischen Quantenmechanik folgt oder der Tensorformalismus [24]. Der Helizitätsformalismus wurde bereits im Detail erschlossen und ermöglicht im Gegensatz zu vielen anderen Formalismen eine recht einfache Behandlung von relativistischen, massebehafteten sowie masselosen Teilchen. Aufgrund dessen basiert die hier durchgeführte Partialwellenanalyse auf dem Helizitätsformalismus.

Mit Hilfe des Helizitätsformalismus können durch die Anpassung der Zerfallswinkelverteilungen die Quantenzahlen  $J^{PC}$  möglicher Zwischenresonanzen bestimmt werden. Die Folgezerfälle der Zwischenresonanz werden dabei von der Helizitästamplitude in eine kanonische Zerfallsmplitude, in Abhängigkeit vom Bahndrehimpuls l und Spin s entwickelt, wodurch die Berücksichtigung der Dynamik vereinfacht wird. In Abbildung 4.2 sind die Koordinatensysteme des kanonischen Systems (a) und des Helizitätssystems (b) dargestellt. Das Helizitätssystem stellt das Ruhesystem der Zwischenresonanz, oder auch Mutterteilchen genannt dar, in der die Bewegungsrichtung als Quantisierungsachse  $\hat{z}$  definiert ist. Im Gegensatz dazu bleibt im kanonischen System die Orientierung des Koordinatensystems erhalten.

Ein Zweikörperzerfall  $X \to 1+2$  im Ruhesystem des Mutterteilchens X stellt den Übergang des Zustandes eines Teilchens  $|JM\rangle_X$  unter Erhaltung des Drehimpulses J und der dritten Komponente M in den Zustand  $|JM\rangle_{1,2}$  dar.



**Abbildung 4.2:** Definition der Koordinatensysteme im kanonischen System (a) und im Helizitätsformalismus (b). [10]

Die Helizität  $\lambda$  ist die Projektion des Drehimpulses  $\vec{J}$  auf die Flugrichtung, beziehungsweise auf die Quantisierungsachse  $\hat{z}$  des Teilchens. Da jedoch der Bahndrehimpuls  $\vec{l}$  senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Teilchens steht ( $\vec{l} \cdot \hat{z} = 0$ ), gilt für die Helizität:

$$\lambda = \vec{J} \cdot \hat{z} = \vec{l} \cdot \hat{z} + \vec{s} \cdot \hat{z} = \vec{s} \cdot \hat{z} \qquad mit \qquad -|\vec{S}| \le \lambda \le |\vec{S}|, \tag{4.1}$$

wobei s den Spin des Teilchen bezeichnet. Die möglichen Helizitäten sind somit nur vom Spin des Teilchens abhängig.

Die Helizitätsamplitude A eines Zweikörperzerfalls ist nach [10] definiert als

$$A(X \to 1+2) = N_{J_X} \cdot D_{M_X\lambda}^{J_X*}(\phi, \theta, 0) \cdot F_{\lambda_1\lambda_2}^{J_X}, \qquad \lambda = \lambda_1 - \lambda_2.$$
(4.2)

Dabei sind  $N_{J_X}$  Normierungskonstanten und  $D_{M\lambda}^{J*}(\phi, \theta, 0)$  die Wigner-D-Funktionen, die die Verteilung der polaren und azimutalen Zerfallswinkel  $\theta$  und  $\phi$  zwischen der Bewegungsrichtung des Mutterteilchens X und der Zerfallsprodukte 1 und 2 beschreiben.  $F_{\lambda_1\lambda_2}^{J_X}$  beschreibt hierbei in Abhängigkeit von der Masse m, Impuls p und der Übergangsmatrix  $\mathcal{M}$  die Zerfallsamplituden im Helizitätssystem.

$$F_{\lambda_1\lambda_2}^{J_X} = 4\pi \left(\frac{m}{p}\right)^{\frac{1}{2}} \langle J_X M \lambda_1 \lambda_2 | \mathcal{M} | J_X M \rangle$$
(4.3)

Die Entwicklung der Helizitätsamplitude 4.3 in eine kanonische Zerfallsamplitude wird ausgedrückt durch:

$$F_{\lambda_1\lambda_2,ls}^{J_X} = \sum_{ls} \left(\frac{2l+1}{2J_X+1}\right)^{\frac{1}{2}} a_{ls}^{J_X} (l0s\lambda|J_X\lambda) (s_1\lambda_2s_2 - \lambda_2|s\lambda), \tag{4.4}$$

wobei die Amplituden  $a_{ls}^{J_X}$  in der hier verwendeten Partialwellenanalyse durch die Anpassung an die Daten bestimmt werden.

Eine ausführliche Erklärung zu dem Helizitätsformalismus findet sich in [24] [10].

## 4.2.2 Dynamik

Während die Zerfallswinkelverteilungen einer Resonanz über den Helizitätsformalismus mit den Wigner-D-Funktionen beschrieben werden können, wie im Abschnitt 4.2.1 bereits erklärt, bedarf es zur vollständigen Beschreibung einer Resonanz auch einer Parametrisierung des dynamischen, energieabhängigen Teils. Die Beschreibung der Dynamik erfolgt dabei, abhängig von der Resonanz, mit unterschiedlichen Parametrisierungen, welche in diesem Kapitel beschreiben werden sollen.

#### **Breit-Wigner-Parametrisierung**

Der Großteil der Resonanzen kann mit Hilfe der Breit-Wigner-Funktionen angepasst werden. Die Funktionsvorschrift zur relativistischen Beschreibung einer Resonanz, wie sie in dieser Arbeit angewendet wird [11], lautet:

$$BW(m_0, m, \Gamma_0, p) = \frac{m_0 \Gamma_0 B_L(p, p_0)}{m_0^2 - m^2 - i\frac{\rho}{\rho_0} m_0 \Gamma_0 B_L^2(p, p_0)}, \qquad \rho = m \cdot p \tag{4.5}$$

mit der Nominalmasse  $m_0$ , der Resonanzmasse m, der Nominalbreite  $\Gamma_0$ , dem Zerfallsimpuls psowie dem Aufbruchimpuls  $p_0$  im Ruhesystem des Mutterteilchens. Dabei bezeichnet  $B_L(p, p_0)$ die vom Bahndrehimpuls L abhängigen Blatt-Weißkopf-Faktoren, welche in den nachfolgenden Gleichungen definiert sind:

$$B_L(p, p_0) = \frac{D_L(p)}{D_L(p_0)}.$$
(4.6)

Dabei lauten die ersten drei  $D_L$ -Funktionen explizit:

$$D_0(x = \frac{p_0}{p}) = 1$$
$$D_1(x = \frac{p_0}{p}) = \sqrt{\frac{2x}{x+1}}$$
$$D_2(x = \frac{p_0}{p}) = \sqrt{\frac{13x^2}{(x-3)^2 + 9x}}$$

#### Voigt-Parametrisierung

Der  $\omega$ -Peak in dem invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massenspektrum erfordert eine andere Anpassung als mit den relativistischen Breit-Wigner-Funktionen. Dies ist durch die sehr schmale, natürliche Breite von  $\Gamma = 8.49 \text{ MeV/c}^2$  [20] des  $\omega$  bedingt, welche in der Größenordnung der Auflösung des Detektors ( $\sigma \approx 10 \text{ MeV/c}^2$ ) liegt. Die Beschreibung einer Resonanz mit einer sehr kleinen Breite sollte über die Voigt-Funktion, welche eine Faltung der Gauß-Verteilung und der nicht relativistischen Breit-Wigner-Verteilung darstellt, erfolgen.

$$V(m) = C \int_{-\infty}^{\infty} G(x';0;\sigma) BW((x-x');m;\Gamma) dx'$$
(4.7)

$$\Rightarrow V(m) = C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x'^2}{2\sigma}} \frac{\Gamma^2/4}{(m-m_0-x')^2 + \Gamma^2/4} dx'$$
(4.8)

Hierbei bezeichnet G die Gauß-Funktion mit der Varian<br/>z $\sigma,$ BW die Breit-Wigner-Verteilung und C eine Normierungskonstante. Das Integral 4.2.2 kann zu

$$V(m) = C \frac{\sqrt{2\pi\Gamma}}{4} Re[\omega(v+ia)], \quad \text{mit} \quad v = \frac{m-m_0}{\sqrt{2\sigma}}, \quad a = \frac{\Gamma}{2\sqrt{2\sigma}}$$
(4.9)

mit der komplexen Fehlerfunktion  $\omega(v + ia)$  analytisch gelöst werden [18].

#### $(\pi\pi)_{s}$ -Wellen-Parametrisierung

Wenn Resonanzen an verschiedene Zerfallskanäle koppeln, sollten diese mit dem K-Matrix-Formalismus beschrieben werden. Dieser stellt eine sehr gute Methode zur Beschreibung von Zweikörper-Streuprozessen dar. Die  $(\pi\pi)_s$ -Welle mit den Quantenzahlen  $IJ^{PC} = 00^{++}$  zum Beispiel stellt so einen Prozess dar, bei dem sich die  $f_0$ -Resonanzen mit dem Zerfall nach  $\pi\pi$ überschneiden und an andere Zerfallskanäle koppeln, sodass eine isolierte Betrachtung der Resonanzen nicht sinnvoll wäre.

In dieser Arbeit wird die Parametrisierung der  $(\pi\pi)_s$ -Welle nach V. V. Anisovich und A. V. Sarantsev [9] verwendet, welche auf der Grundlage von Crystal-Barrel Daten entwickelt wurde und die K-Matrix-Pole:

- Pol 1:  $f_0(980)$
- Pol 2:  $f_0(1300)$
- Pol 3:  $f_0(1500)$
- Pol 4:  $f_0(1750)$
- Pol 5:  $f_0(1200 1600)$

berücksichtigt. Diese bereits fertiggestellte Parametrisierung nach Anisovich konnte in der hier zur Analyse verwendeten PWA-Software eingebunden und eingesetzt werden. Dabei kann die Projektion auf die fünf verschiedenen Kanäle  $\pi\pi$ ,  $K\overline{K}$ ,  $\eta\eta$ ,  $\eta\eta'$  und  $\pi\pi\pi\pi$  eingestellt werden. Da jedoch manche Kanäle oder K-Matrix-Pole aus energetischen und physikalischen Überlegungen heraus nicht für jede Untersuchung relevant sind, können diese Parameter aus der Analyse entfernt werden, indem deren Produktionsamplituden fixiert und auf Null gesetzt werden.

## 4.3 Die Partialwellenanalysesoftware

## 4.3.1 Die PWA-Software PAWIAN

Die hier verwendete Partialwellen analysesoftware PAWIAN<sup>1</sup> wurde am Lehrstuhl für Experimental physik I an der Ruhr-Universität Bochum entwickelt. Das Programm ist in C++

 $<sup>^{1}\</sup>mathbf{PA}$ rtial Wave Interactive AN<br/>alysis software

geschrieben und stützt sich an den Softwarebibliotheken MINUIT2 [1], QFT++ [2] sowie BOOST [3]. MINUIT2 stellt einen Minimierer zur Verfügung, welcher zur präzisen Minimierung durch Anpassung der Fitparameter dient, dar. Das Softwarepaket QFT++ eignet sich für die Berechnungen der Wigner-D-Funktionen und der Clebsch-Gordan-Koeffizienten, während BOOST eine Standard-C++-Bibliothek darstellt. Die angepassten Daten werden schließlich im Format des Datananalyse-Frameworks ROOT [25] ausgegeben und können für weitere Analysen verwendet werden.

Für die Nutzung der Software PAWIAN werden Einstellungsdateien bzw. Konfigurationsfiles erstellt, in denen Einstellungen, wie zum Beispiel die zu prüfende Zwischenresonanz und deren Zerfälle oder die Dynamiken bezüglich der zu untersuchenden Reaktion, vorgenommen werden können. Dadurch ist die hier verwendete PWA-Software sehr bedienerfreundlich und muss nicht explizit den Untersuchungen angepasst werden.

#### 4.3.2 Anpassung mit der Maximum-Likelihood-Methode

Die Beschreibung der Daten erfolgt über eine Anpassung rekonstruierter, phasenraumverteilter Monte Carlo-Signaldaten, welche für die zu untersuchende Reaktion generiert wurden. Dazu werden die freien Parameter solange variiert, bis die Daten möglichst gut von den gewichteten Monte Carlo-Daten beschrieben werden. Zur Lösung dieses Optimierungsproblems wird die Maximum-Likelihood-Methode angewandt. Die Likelihoodfunktion wird als Wahrscheinlichkeitsdichte interpretiert, wobei die Gesamtwahrscheinlichkeit das Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeiten aller Ereignisse darstellt. Die zu minimierende Likelihoodfunktion lautet [11]:

$$\mathcal{L} = n_d! \prod_{d=1}^{n_d} \frac{w(\vec{\tau_d}, \vec{x})}{\int w(\vec{\tau}, \vec{x}) \epsilon(\vec{\tau}) d\vec{\tau}} e^{\frac{-n_d - \int w(\vec{\tau}, \vec{x}) \epsilon(\vec{\tau}) d\vec{\tau}}{2n_d}}.$$
(4.10)

Hierbei steht  $\tau_d$  für die Phasenraumkoordinaten, x für die freien Parameter und  $\epsilon(\tau)$  für die Effizienz ein Ereignis mit Phasenraumkoordinaten zu detektieren.

Mit dieser Methode wird das Ziel verfolgt, den Wert eines freien Parameters so zu schätzen, dass die Daten möglichst gut von den Monte Carlo-Ereignissen beschrieben werden. Dabei werden die Werte der freien Parameter während der Anpassung solange variiert, bis die Likelihood  $\mathcal{L}$  ein Maximum erreicht hat.

In der Software PAWIAN wird die Likelihood logarithmiert und mit einem negativen Vorzeichen versehen. Dies dient lediglich der technischen Vereinfachung, da so die gängigen Minimierungsalgorithmen verwendet werden können. Damit ergibt sich für den negativen log-Likelihood ein Wert NLL

$$NLL = -\ln(\mathcal{L}), \tag{4.11}$$

der im Zusammenhang mit der Anzahl der freien Parameter die relative Güte der Anpassung angibt.

Zur genaueren Erklärung der Maximum-Likelihood-Methode sei auf [6] verwiesen.

#### 4.3.3 Vorgehensweise bei der Wahl der Hypothesen

Grundlage für die Partialwellenanalyse der Reaktion  $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  mit der Software PAWI-AN bilden Hypothesen, welche sich aus zu testenden Zwischenresonanzen zusammensetzen. Dazu wird zunächst aus eindeutig beitragenden Resonanzen eine Basishypothese erstellt, die sukzessiv mit zusätzlichen Resonanzen ausgebaut und getestet wird. Die Basishypothese setzt sich dabei aus den Zwischenresonanzen und deren Subzerfällen zusammen, die mit Hilfe der Datenselektion als stark beitragend identifiziert werden konnten. Damit kann nun jeweils eine weitere Zwischenresonanz zu der Basishypothese hinzugefügt und parallel mit anderen Hypothesen getestet werden. Die Wahl der besten Hypothese erfolgt anhand der relativen Güte der Anpassung, welche sich über den NLL-Wert in Verbindung mit der Anzahl der freien Fitparameter definiert. Dies ist insofern von Bedeutung, als dass jede hinzugenommene Resonanz eine Erhöhung der Parameterzahl zufolge hat, womit auch zwangsweise eine bessere Anpassung erzielt wird. Aufgrund dessen ist die Signifikanz für die Auswahl der besten Hypothese entscheidend und nicht nur der log-Likelihood-Wert.

Zur Berechnung der Signifikanz stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung, die im Folgenden vorgestellt werden.

#### Kriterien zur Wahl der besten Hypothese

Die gängigste Methode zur Ermittlung der besten Hypothese stellt der Likelihood-Quotienten-Test, beziehungsweise im englischen Likelihood-Ratio-Test ( $\mathcal{LR}$ ), dar. Dabei können zwei Hypothesen (Anpassungen mit unterschiedlich vielen Parametern) miteinander verglichen werden. Dazu wird zunächst der Quotient der Likelihood-Werte aus beiden Hypothesen A und B gebildet.

Grundlage für den Likelihood-Quotienten-Test ist jedoch, dass die Hypothese A mit der geringeren Anzahl an freien Parametern dabei eine Teilmenge der vollständigen Hypothese B sein muss. In diesem Fall weist die Hypothese A nur einen Teil des gesamten Hypothesensatzes von B vor. Somit stellt zwar die Hypothese B eine bessere Anpassung als die Hypothese Adar, allerdings auch unter Verwendung eines größeren Parametersatzes. Entsprechend gilt für den Ratio-Test:

$$\mathcal{LR} = -2 \cdot \ln(\Delta) = -2 \cdot (\ln \mathcal{L}_A - \ln \mathcal{L}_B), \qquad \Delta = \frac{\mathcal{L}_A}{\mathcal{L}_B}.$$
(4.12)

Die Gleichung 4.12 sagt damit aus, dass mittels der Differenz der logarithmierten Likelihood-Werte für die zwei getesteten Hypothesen A und B, welche näherungsweise der  $\chi^2$ -Verteilung entspricht, die Wahrscheinlichkeit und damit auch die Signifikanz ausgerechnet werden kann. Der Nachteil des Likelihood-Ratio-Tests liegt jedoch darin, dass nur das Verhältnis zwischen zwei Hypothesen bestimmt werden kann und Hypothesen mit komplett unterschiedlichen Annahmen nicht nach dieser Methode getestet werden können.

Um diese Problematik zu umgehen, kann statt des Likelihood-Ratio-Tests das Akaike-Informationskriterium (AIC), beziehungsweise das Bayessche-Informationskriterium (BIC), angewendet werden. Mit diesen Kriterien können absolute Werte in Abhängigkeit von der Anzahl der freien Parameter ermittelt werden, sodass auch Hypothesen ohne gemeinsame Schachtelung verglichen werden können.

Die Berechnung des AIC-Werts erfolgt nach der Funktionsvorschrift:

$$AIC = -2 \cdot (\ln \mathcal{L} - k), \tag{4.13}$$

mit der Anzahl der freien Parameter k. Dabei gilt die Hypothese, bei der der AIC-Wert sein Minimum erreicht hat, als beste Wahl. Zudem kann zu der Berechnung nach 4.13 noch ein

weiterer Korrekturterm hinzugenommen werden, womit zusätzlich die Anzahl der angepassten Ereignisse berücksichtigt wird. Dieses Kriterium wird als  $AIC_c$  bezeichnet und genügt der Vorschrift:

$$AIC_{c} = -2 \cdot \ln \mathcal{L} + 2 \cdot kn \cdot (n - k - 1)^{-1}, \qquad (4.14)$$

wobei n den Stichprobenumfang darstellt.

Das Bayessche-Informationskriterium berücksichtigt neben den logarithmierten Likelihood-Wert und der Anzahl der freien Parameter k, ähnlich wie der  $AIC_c$ -Wert, die Anzahl der angepassten Ereignisse. Der Unterschied besteht jedoch darin, dass beim BIC die Anzahl der gefitteten Ereignisse logarithmiert wird:

$$BIC = -2 \cdot \ln \mathcal{L} + k \cdot \ln(n). \tag{4.15}$$

Durch das Logarithmieren der Ereigniszahl beim BIC wird das Minimum bei einem großen Stichprobenumfang nicht so stark berücksichtigt wie beim  $AIC_c$ . Dadurch stellt der BIC das härteste Kriterium zur Wahl der besten Hypothese dar.

## 4.4 Spin-Dichtematrix

Betrachtet man ein Ensemble unabhängiger (inkohärenter), gleichartiger Systeme, dann beschreibt der Dichteoperator die Wahrscheinlichkeit, dass sich eines dieser Systeme in einem bestimmten Zustand befindet. Solch ein Zustand aus mehreren unabhängigen, gleichartigen Systemen wird als gemischter Zustand bezeichnet, während reine Zustände aus nur einem System bestehen. 1927 wurde das Konzept der Dichtematrix zur Beschreibung gemischter Zustände eingeführt [14].

Dazu wird zunächst beispielhaft ein System zusammen mit seiner Umgebung betrachtet. Die Koordinaten des Systems werden als x und die der Umgebung als y bezeichnet. Die allgemeinste Wellenfunktion ist somit

$$\psi(x,y) = \sum_{i} c_i(y)\phi_i(x), \qquad (4.16)$$

wobei die Gesamtheit von  $\phi_i(x)$  eine vollständige, orthonormale Basis der Wellenfunktion ist. Der Zustandsvektor sei als

$$|\psi\rangle = \sum_{iu} c_{iu} |\phi_i\rangle |\theta_u\rangle \tag{4.17}$$

definiert. Hierbei wurde für die Umgebung ebenfalls die vollständige, orthonormale Basis  $\theta_u(y)$ eingeführt. Der Erwartungswert eines beliebigen Operators  $\hat{A}$  ist somit wie folgt definiert:

$$\langle \hat{A} \rangle = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle \tag{4.18}$$

$$=\sum_{ij}\sum_{uv}c_{iu}^{*}c_{jv}\langle\theta_{u}|\langle\phi_{i}|\hat{A}|\phi_{j}\rangle|\theta_{v}\rangle$$
(4.19)

$$=\sum_{ij}\sum_{u}c_{iu}^{*}c_{ju}\langle\phi_{i}|\hat{A}|\phi_{j}\rangle$$
(4.20)

$$=\sum_{ij} \langle \phi_i | \hat{A} | \phi_j \rangle \rho_{ji}, \tag{4.21}$$

wobei  $\rho_{ij}$  die Dichtematrix mit

$$\rho_{ij} = \sum_{u} c_{iu}^* c_{ju} \tag{4.22}$$

darstellt. Dabei kann mit Hilfe der Diagonalelemente der Dichtematrix die Gesamtwahrscheinlichkeit bestimmt werden, einen bestimmten Eigenzustand in dieser Basis zu erhalten.

#### 4.4.1 Spin-Dichtematrix des $\omega$ -Mesons

Die Spin-Dichtematrix des  $\omega$ -Mesons ist für das Verständnis des Produktionsmechanismus von großer Bedeutung. Da das  $\omega$  ein Spin-1-Teilchen darstellt, ist die Spin-Dichtematrix eine komplexwertige (3 × 3)-Matrix. Dabei ergeben im Helizitätssystem die Diagonalelemente der Matrix die Gesamtwahrscheinlichkeit, die Helizitäten  $\lambda_{\omega} = 1, 0, -1$  vorzufinden.

Für die Reaktion  $\bar{p}p \to \omega \pi^0$  mit unpolarisierten Antiprotonen als Strahlteilchen und unpolarisierten Protonen als Targetteilchen, kann die Spin-Dichtematrix durch insgesamt vier unabhängige Parameter beschrieben werden. Diese werden üblicherweise definiert als  $\Re \rho_{00}$ ,  $\Re \rho_{10}$ ,  $\Im \rho_{10}$  und  $\Re \rho_{1-1}$  [17], sodass sich die resultierende Spin-Dichtematrix zu

$$\rho_{\lambda\lambda'} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 - \Re\rho_{00}) & \Re\rho_{10} + i\Im\rho_{10} & \Re\rho_{1-1} \\ \Re\rho_{10} - i\Im\rho_{10} & \Re\rho_{00} & -(\Re\rho_{10} - i\Im\rho_{10}) \\ \Re\rho_{1-1} & -(\Re\rho_{10} + i\Im\rho_{10}) & \frac{1}{2}(1 - \Re\rho_{00}) \end{pmatrix}.$$
(4.23)

ergibt. Hierbei ist die Hauptdiagonale nur noch von  $\Re \rho_{00}$  abhängig ist. Die Elemente der Matrix können mit Hilfe der aus der Partialwellenanalyse ermittelten Amplituden  $\lambda$  nach Gleichung 4.24 bestimmt werden [23].

$$\rho_{\lambda_{\omega}\lambda_{\omega'}} = \frac{1}{\sum_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_{p},\lambda_{\pi_{r}^{0}},\lambda_{\omega}} |T_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_{p},\lambda_{\pi_{r}^{0}},\lambda_{\omega}}|^{2}} \cdot \sum_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_{p},\lambda_{\pi_{r}^{0}}} T^{*}_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_{p},\lambda_{\pi_{r}^{0}},\lambda_{\omega}} T_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_{p},\lambda_{\pi_{r}^{0}},\lambda_{\omega}}$$
(4.24)

# Kapitel 5 Ergebnisse der Partialwellenanalyse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Partialwellenanalyse vorgestellt, welche auf Grundlage des im Abschnitt 3 selektierten Datensatzes für einen Strahlimpuls von 900 MeV/c durchgeführt wurden. Die Analyse gliedert sich dabei in zwei übergeordnete Abschnitte: die Untersuchung hauptbeitragender Zwischenresonanzen und eine detaillierte Analyse des Reaktionskanals  $\bar{p}p \rightarrow \omega \pi \rightarrow (\pi^+ \pi^- \pi^0)\pi^0$  mit der Bestimmung der Spin-Dichtematrix für das  $\omega$ -Meson.

# 5.1 Untersuchung beitragender Zwischenresonanzen

Für die Bestimmung der Beiträge wurden zunächst alle möglichen beitragenden Zwischenresonanzen mit einem dezimierten Datensatz von 30000 Datenereignissen und 60000 phasenraumverteilten Monte Carlo-Ereignissen bei einem maximal beitragenden  $\overline{p}p$ -Bahndrehimpuls von  $L_{max} = 3$  untersucht. Durch die Reduzierung des Bahndrehimpulses auf  $L_{max} = 3$ , wird die Anzahl der freien Parameter deutlich minimiert, wodurch in Verbindung mit dem ebenfalls minimierten Datensatz die Analysevorgänge beschleunigt werden. Nur so konnte gewährleistet werden, dass die Beiträge systematisch ermittelt werden konnten. Erst im Anschluss daran wurde mit der so ermittelten finalen Hypothese eine Anpassung basierend auf einen vierfach größeren Datensatz (120000 Ereignisse) bei einem maximalen  $\overline{p}p$ -Bahndrehimpuls von  $L_{max} = 4$  durchgeführt.

## 5.1.1 Wahl der Hypothese

Mit den Ergebnissen der Datenselektion wurde zunächst eine Basishypothese aus dominant beitragenden Zwischenresonanzen aufgestellt, auf dessen Grundlage weitere Zwischenresonanzen getestet werden konnten. Die Basishypothese setzt sich dabei aus den folgenden Zerfallskanälen zusammen:

- $\overline{p}p \rightarrow \rho^+ \rho^- \rightarrow (\pi^+ \pi^0)(\pi^- \pi^0),$
- $\overline{p}p \to \omega\pi \to (\pi^+\pi^-\pi^0)\pi^0$ ,
- $\overline{p}p \to \rho^0 f_2(1270) \to (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0).$

Hierbei wurde die Dynamik der untersuchten Zwischenresonanzen, mit Ausnahme des  $\omega$ -Mesons, jeweils mit einer Breit-Wigner Funktion beschrieben. Das  $\omega$ -Meson wurde aufgrund seiner sehr schmalen Breite mit der Voigt-Funktion parametrisiert, welche eine Faltung aus einer Gauß-Verteilung und einer nicht relativistischen Breit-Wigner-Verteilung darstellt. Die Analysen basieren alle auf der Beschreibung im Helizitätsformalismus. Die Massen und Breiten der zu untersuchenden Resonanzen wurden alle auf die aktuellen Werte der PDG [20]

fixiert. Die Auflösung der Gauß-Funktion für die Beschreibung des  $\omega$  Peaks ging hingegen als freier Parameter in die Partialwellenanalyse ein. Das Verfahren zur Wahl der besten Hypothese verlief so, dass zusätzlich zur Basishypothese eine Reihe von möglich beitragenden Resonanzen einzeln getestet wurden. Als Kriterium für die Signifikanz der Beiträge wurde der  $AIC_c$ -Wert gewählt, anhand dessen eine Hypothese verworfen oder mit hinzugenommen werden konnte. Hierbei wurde jede Hypothese, deren  $AIC_c$ -Wert schlechter als der der vorherigen Hypothese war, verworfen und die Hypothese mit der größten Verbesserung als neue Basis für die folgenden Untersuchungen gewählt. Alle anderen Hypothesen, die im Vergleich zur vorher getesteten Hypothese ebenfalls eine Verbesserung lieferten, wurden zusätzlich zu der neu definierten Basis hinzugefügt und erneut angepasst. Diese Vorgehensweise wurde solange fortgeführt, bis kein weiterer Beitrag eine Verbesserung des  $AIC_c$ -Wertes lieferte. Die getesteten Reaktionskanäle mit ihren jeweiligen Subzerfällen finden sich in der Tabelle 5.1.

Kanal	untersuchte S	Subzerfälle	
$\overline{p}p \to a_2(1320)\pi$	$a_2(1320)$	$a_2(1320)$	
	$\vdash  ho\pi$	$\vdash f_2(1270)\pi$	
	$\downarrow \pi\pi$	$ {}^{ {}_} \! \!\!\! \!}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}$	
$\overline{p}p \to \omega(1650)\pi$	$\omega(1650)$		
	$ert$ $ ho\pi$		
	$ \vdash \pi\pi$		
$\overline{p}p \to a_1(1260)\pi$	$a_1(1260)$	$a_1(1260)$	$a_1(1260)$
	$Delta  ho \pi$	$\vdash f_2(1270)\pi$	$ \mathrel{\mathrel{\scriptstyle  \vdash}}  (\pi\pi)_s\pi$
	$ \vdash \pi\pi$	$ {}^{ {}_{ \!$	$\mapsto \pi\pi$
$\overline{p}p \to \pi_2(1670)\pi$	$\pi_2(1670)$	$\pi_2(1670)$	$\pi_2(1670)$
	$\downarrow  ho\pi$	$\vdash f_2(1270)\pi$	$ \mapsto  (\pi\pi)_s \pi$
	$\downarrow \pi\pi$	$  {}^{ \flat}  \pi \pi$	$\mapsto \pi\pi$
$\overline{p}p \to a_1(1640)\pi$	$a_1(1640)$	$a_1(1640)$	$a_1(1640)$
	$\vdash \rho\pi$	$\vdash f_2(1270)\pi$	$ \vdash  (\pi\pi)_s\pi$
	$\downarrow \pi\pi$	$  {}^{ {}_{ \!$	$ \stackrel{\scriptstyle \leftarrow}{\scriptstyle \rightarrow}  \pi\pi$
$\overline{p}p \to \pi(1400)\pi$	$\pi(1400)$		
	$Delta  ho \pi$		
	$\downarrow \pi\pi$		
$\overline{p}p \to \omega_3(1670)\pi$	$\omega_3(1670)$		
	$ert$ $ ho\pi$		
	$ \downarrow \pi\pi$		
$\overline{p}p \to a_2(1700)\pi$	$a_2(1700)$	$a_2(1700)$	
	$Delta  ho \pi$	$\vdash f_2(1270)\pi$	
	$ \downarrow \pi\pi$	$ {}_{\!$	
$\overline{p}p \to \pi(1300)\pi$	$\pi(1300)$		
	$\downarrow \rho\pi$		
	$\downarrow \pi\pi$		

 Tabelle 5.1: Zusätzlich zur Basishypothese untersuchte Zwischenresonanzen und Subzerfälle.

Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in der Tabelle 5.2 aufgelistet. Dabei wurde zur Basishypothese jede der aufgelisteten Zwischenresonanzen iterativ hinzugenommen und getestet. Bei der Reaktion  $a_1(1260) \rightarrow (\pi\pi)_s \pi$  wurden die K-Matrix-Pole für das  $f_0(900)$  und für  $f_0(1200 - 1600)$  mit der Projektion auf den Kanal  $\pi\pi$  berücksichtigt, während für die Resonanzen  $a_1(1640)$  und  $\pi_2(1670)$  die Produktionsparameter aller K-Matrix-Pole frei gelassen wurden.

Hypothese	NLL	ndof	$AIC_c$	$\Delta AIC_c$
Basishypothese	-8073,5	166	-15813,1	-
$+ a_2(1320)\pi$	-9891,4	218	-19342,8	3529,7
$+ \omega(1650)\pi$	-10471,0	234	-20470,3	1127,5
$+$ $a_1(1260)\pi$	-11329,6	276	-22102,1	1631,8
$+\ \pi_2(1670)\pi$	-11628,1	334	-22580,7	478,6
$+$ $a_1(1640)\pi$	-11853,8	378	-22941,9	316,2
$+$ $\pi_1(1400)\pi$	-12003,0	412	-23170,5	228,6
$+ \omega_3(1670)\pi$	-12104,0	432	-23331,3	160,8
$+ a_2(1700)\pi$	-12218,8	478	-23466,1	134,8
$+$ $\pi(1300)\pi$	-12249,4	464	-23556.2	90,1

**Tabelle 5.2:** Anpassungsgüten beitragender Resonanzen bei einem maximal beitragenden  $\overline{p}p$ -Bahndrehimpuls von  $L_{max} = 3$  für 30000 Datenereignisse und 60000 phasenraumverteilte Monte Carlo-Signalereignisse.

Anhand von Tabelle 5.2 wird deutlich, dass nach den Auschlusskriterien keine der getesteten Hypothesen verworfen werden konnte und sich somit die finale Hypothese aus allen getesteten Resonanzen zusammensetzt. Allerdings geben die  $\Delta AIC_c$ -Werte eine gute Auskunft darüber, welche der Zwischenresonanzen die höchste Signifikanz besitzen und damit mögliche Hauptbeiträge darstellen. Das wären die Zwischenresonanzen  $a_2(1320)$ ,  $\omega(1650)$  und  $a_1(1260)$ , wobei die Resonanzen  $a_2(1320)$  und  $a_1(1260)$  bereits in anderen Untersuchungen bei ähnlichen Kanälen als hauptbeitragend identifiziert wurden [26] [7]. Die übrigen Resonanzen liefern zwar ebenfalls einen Beitrag, jedoch nicht so signifikant wie die zuvor erwähnten Resonanzen. Da das Ziel, neben einer guten Beschreibung der Daten, die Identifizierung der Hauptbeiträge ist, wird bei den Untersuchungen mit der finalen Hypothese ein besonderes Augenmerk auf die am signifikantesten beitragenden Zwischenresonanzen ( $a_2(1320)$ ,  $\omega(1650)$  und  $a_1(1260)$ ) gelegt.

#### 5.1.2 Ergebnisse mit dem finalen Hypothesensatz

In diesem Abschnitt wird die finale Hypothese, welche sich aus den gesamten Resonanzen aus Tabelle 5.2 zusammensetzt, im Rahmen einer Partialwelleanalyse an die Daten ange-

passt. Dabei werden unter anderem die aus Abschnitt 5.1.1 als signifikant beitragend identifizierten Resonanzen verstärkt untersucht, um nicht zuletzt die Hauptbeiträge der Reaktion  $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  zu bestimmen. Die verwendete Datenmenge für die Analyse mit der finalen Hypothese wurde auf 120000 Daten- und 240000 phasenraumverteilten Monte Carlo-Signalereignissen bei einem maximal beitragenden  $\overline{p}p$ -Bahndrehimpuls von  $L_{max} = 4$  erhöht. Der eingestellte, maximal zulässige  $\overline{p}p$ -Bahndrehimpuls basiert dabei auf Studien zu dem Kanal  $\overline{p}p \to \omega \pi^0$  [23], welcher einen Zwischenzustand der in dieser Arbeit untersuchten Reaktion darstellt. Zudem wurden für die Anpassung mit der finalen Hypothese die Parameter für die Masse und Breite des  $\omega(1650)$  frei gelassen, da diese nach [20] nicht genau vermessen worden sind. Damit lag die Anzahl der freien Parameter bei 575. Die gewählte Datenmenge für die Analyse stellte dabei das Maximum des technisch Möglichen im Zeitrahmen dieser Arbeit dar, da die Analysen zu dem Kanal sehr zeitintensiv waren.

#### Untersuchungen der Hauptbeiträge mit der finalen Hypothese

In Abbildung 5.1 sind Goldhaber-Diagramme sowohl für die invariante  $\pi^+\pi^0$ -Masse gegen die invariante  $\pi^{-}\pi^{0}$ -Masse als auch für die invariante  $\pi^{+}\pi^{-}$ -Masse gegen die invariante  $\pi^{0}\pi^{0}$ -Masse für Datenereignisse sowie für angepasste, geweichtete Monte Carlo-Daten aufgetragen. Anhand der Goldhaber-Diagramme wird ersichtlich, dass die Daten sehr gut angepasst werden. Damit können die Hauptbeiträge  $\rho^+\rho^- \to (\pi^+\pi^0)(\pi^-\pi^0)$  und  $\rho^0 f_2(1270) \to (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0)$  in Abbildung 5.1 verifiziert werden. Die invarianten  $2\pi$ - und  $3\pi$ -Massen in Abbildung 5.2 werden ebenfalls gut beschrieben. In den invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen ist deutlich zu erkennen, dass der scharfe Peak des  $\omega$ -Meson sehr gut beschrieben wird. Auch das  $f_2(1270)$  in Abbildung 5.2 (c) sowie das  $\rho^{\pm}$  in Abbildung 5.2 (d) und das  $\rho^{0}$  in (e) werden sehr gut beschrieben. Lediglich die Strukturen bei 1500 MeV/c<sup>2</sup> in der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse und bei 1200 MeV/c<sup>2</sup> in der invarianten  $\pi^0 \pi^0$ -Masse stimmen nicht genau mit den angepassten Monte Carlo-Daten überein. Eine mögliche Erklärung hierfür könnten Interferenzeffekte mit einem nicht berücksichtigten Zerfallskanal sein. Hierfür könnte ein Kanal mit dem Zerfall nach  $\rho^0(\pi\pi)_s$  in Frage kommen, welcher durch Interferenzen eine Überhöhung verursacht. Da jedoch die Analysen sehr zeitaufwendig sind, konnten im Rahmen der vorgegebenen Zeit keine detallierten Untersuchungen diesbezüglich vorgenommen werden. Nachdem die Beiträge der Basishypothese  $\rho^+\rho^-$ ,  $\rho^0 f_2(1270)$  und  $\omega\pi$  wie erwartet als hauptbeitragend verifiziert werden konnten, werden im Folgenden die Resonanzen  $a_2(1320), \omega(1650)$  und  $a_1(1260)$  weiter untersucht. Dazu werden jeweils die einzelnen, relativen Intensitäten der angepassten Monte Carlo-Ereignisse in den invarianten Massenspektren betrachtet (Abbildung 5.3). Dabei zeigt sich, zusätzlich zu der Verifizierung der bisher bekannten Beiträge, dass in den invarianten  $3\pi$ -Massen die Reaktion  $a_2(1320)\pi$  ebenfalls einen deutlich sichtbaren Beitrag liefert. Über die Resonanzen  $\omega(1650)$  und  $a_1(1260)$  sowie allen anderen in der finalen Hypothese untersuchten Beiträge können keine genauen Aussagen getroffen werden.

Damit ergeben sich die in dieser Arbeit identifizierten Hauptbeiträge für den untersuchten Kanal:

- $\bar{p}p \to \rho^+ \rho^- \to (\pi^+ \pi^0)(\pi^- \pi^0),$
- $\overline{p}p \to \omega\pi \to (\pi^+\pi^-\pi^0)\pi^0$ ,
- $\overline{p}p \to \rho^0 f_2(1270) \to (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0),$
- $\overline{p}p \rightarrow a_2(1320)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ .



**Abbildung 5.1:** In (a) und in (b) sind die invarianten  $\pi^+\pi^0_{1,2}$ -Massen gegen die invarianten  $\pi^-\pi^0_{2,1}$ -Massen für Datenereignisse und angepasste, gewichtete Monte Carlo-Daten aufgetragen. In (c) und in (d) sind die invarianten  $\pi^+\pi^-$ -Massen gegen die invarianten  $\pi^0\pi^0$ -Massen ebenfalls für Datenereignisse und angepasste, gewichtete Monte Carlo-Daten aufgetragen.



Abbildung 5.2: Invariante Massenspektren der  $2\pi$ - und  $3\pi$ -Kombinationen aus Daten (schwarz) und angepassten, gewichteten Monte Carlo-Daten (rot).



Abbildung 5.3: Einzelne Intensitäten mit angepassten Monte Carlo-Daten in den invarianten  $2\pi$ - und  $3\pi$ -Massenspektren. In den invarianten  $3\pi$ -Massenspektren ist das ebenfalls beitragende  $a_2(1320)$ -Meson zu erkennen.

Mit der Bestimmung der einzelnen Beiträge stellte sich zudem heraus, dass alle untersuchten Reaktionen aufsummiert eine relative Intensität von 107% ergeben. Die Abweichung von 100% wird durch Interfereneffekte verursacht. Für die Hauptbeiträge ergaben sich die in der Tabelle 5.3 aufgelisteten, relativen Intensitäten.

Resonanz	Beitrag
$\rho^+ \rho^-$	34%
$\omega \pi^0$	6%
$\rho^0 f_2(1270)$	15%
$a_2(1320)\pi$	7%
rest	45%
$\sum$	107%

**Tabelle 5.3:** Prozentuale Intensitäten der Beiträge untersuchter Resonanzen. Die Angaben wurden anhand der angepassten Monte Carlo-Daten ermittelt. Die statistischen Fehler der Werte konnten aufgrund der dafür notwendigen, zeitintensiven Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit nicht bestimmt werden.

## Winkelverteilungen des $\rho^+ \rho^-$ -Kanals

Im folgenden Abschnitt werden die Produktions- und Zerfallswinkelverteilungen des  $\rho$ -Mesons betrachtet. Dazu sind in Abbildung 5.4 exemplarisch der Produktionswinkel  $cos(\theta_{\rho^+,prod})$ sowie die Zerfallswinkel  $cos(\theta_{\pi^+,dec_{\rho^+}})$  und  $\phi_{\pi^+,dec_{\rho^+}}$  des  $\rho^+$ -Mesons abgebildet. Die Daten wurden hierbei mit Monte Carlo-Daten akzeptanzkorrigiert und zusammen mit den durch die PWA angepassten und gewichteten Monte Carlo-Daten aufgetragen. Dabei stimmt bis auf wenige Ausnahmen die Anpassung im Rahmen der Fehler sehr gut mit den Daten überein, obwohl die Selektion der  $\rho$ -Mesonen lediglich über Massenschnitte in den jeweiligen  $2\pi$ -Massenspektren erfolgte und diese somit stark untergrundbehaftet sind.

## Winkelverteilungen des $ho^0 f_2(1270)$ -Kanals

In Abbildung 5.5 sind Produktions- und die zwei Zerfallswinkelverteilungen des  $f_2(1270)$ -Mesons dargestellt. Obwohl auch hier das  $f_2(1270)$ -Meson über Massenschnitte selektiert wurde, werden die Daten innerhalb der Fehler durch die angepassten Monte Carlo-Daten gut beschrieben.



**Abbildung 5.4:** Produktions- und Zerfallswinkel für die Reaktion  $\rho^+ \to \pi^+ \pi^0$ . Die Signaldaten sind mit Monte Carlo-Daten akzeptanzkorrigiert (schwarz). Die mit der PWA angepassten, gewichteten Monte Carlo-Daten sind in rot aufgetragen.



**Abbildung 5.5:** Produktions- und Zerfallswinkel für die Reaktion  $f_2(1270) \rightarrow \pi^0 \pi^0$ . Die Signaldaten sind mit Monte Carlo-Daten akzeptanzkorrigiert (schwarz). Die mit der PWA angepassten, gewichteten Monte Carlo-Daten sind in rot aufgetragen.

# 5.2 $\omega \pi^0$ -Kanal

Da sich aus den mit der PWA angepassten Helizitätsamplituden nach Gleichung 4.24 die drei realen Spin-Dichtematrix-Elemente  $\Re \rho_{00}$ ,  $\Re \rho_{1-1}$  und  $\Re \rho_{10}$  ermitteln lassen, ist es für die Untersuchung der Dichtematrix erforderlich, dass die Daten gut beschrieben werden. Bei den bisherigen Analysen der hier untersuchten Reaktion zeigte sich, dass der Kanal  $\omega \pi^0 \rightarrow (\pi^+ \pi^- \pi^0) \pi^0$  sehr gut von den angepassten Monte Carlo-Daten beschrieben wird und somit die Elemente der Dichtematrix aus den angepassten Helizitätsamplituden extrahiert werden können.

In [23] wurde bereits die Spindichtematrix für die Reaktion  $\overline{p}p \to \omega \pi^0$  mit Crystal Barrel-Daten untersucht. Hierbei wurde das  $\omega$ -Meson als isolierte Resonanz betrachtet und somit mögliche Interfereneffekte außer acht gelassen. Sind die Interferenzeffekte vernachlässigbar klein, so sollten die ermittelten Elemente der Spin-Dichtematrix in der vorliegenden Arbeit mit den Ergebnissen aus [23] nahezu identisch sein.

## 5.2.1 Winkelverteilungen

In Abbildung 5.6 ist der Produktionswinkel  $cos(\theta_{\omega,prod})$  sowie die Zerfallswinkel  $cos(\theta_{\omega,dec})$ und  $\phi_{\omega,dec}$  des  $\omega$ -Mesons und die Größe  $\lambda = |\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}|$  für den Zerfall in  $3\pi$  aufgetragen. Die Daten wurden hierbei mit Monte Carlo-Daten akzeptanzkorrigiert und zusammen mit den angepassten, gewichteten Monte Carlo-Daten aufgetragen. Dabei stimmt die Anpassung im Rahmen der Fehler sehr gut mit Daten überein.

In Abbildung 5.6 (d) ist eindeutig zu erkennen, dass der Wirkungsquerschnitt mit der Größe  $\lambda$  wie erwartet linear ansteigt. Jedoch sollte dieser durch den Ursprung verlaufen, was bei genauerer Betrachtung nicht der Fall ist. Dies ist auf den Untergrund des lediglich mit Massenschnitten selektierten  $\omega$  zurückzuführen, welcher durch die PWA auch sehr gut beschrieben wird.

## 5.2.2 Spin-Dichtematrix des $\omega$ -Mesons

Die Analyse der Spin-Dichtematrix für das  $\omega$ -Meson im  $3\pi$ -Zerfall wurde mit den Anpassungsergebnissen der finalen Hypothese für den Antiprotonenstrahlimpuls von 900 MeV/c durchgeführt. Dazu sind in Abbildung 5.7 die Matrixelemente  $\Re \rho_{00}$ ,  $\Re \rho_{1-1}$  und  $\Re \rho_{10}$  aufgetragen. Dabei weisen alle drei starke Fluktuationen auf und sind somit stark vom Produktionswinkel abhängig, wobei sich das dritte Element  $\Re \rho_{10}$  im Gegensatz zu den anderen beiden antisymmetrisch verhält. Betrachtet man das Element  $\Re \rho_{00}$ , so fällt auf, dass bei  $cos(\theta_{\omega,prod}) = 0$ , also bei einem Winkel von  $\theta = 90^{\circ}$ , die Helizität  $\lambda = 0$  unterdrückt ist.

Die Mittelwerte der Matrixelemente liegen bei  $\Re \rho_{00} \approx 10\%$  und  $\Re \rho_{1-1} \approx -23\%$ . Werden die ermittelten Mittelwerte sowie die dazugehörigen Verteilungen mit denen aus [23] in Abbildung 5.8 verglichen, dann stimmen diese im Rahmen der Messfehler sehr gut überein. Damit ist aus diesen Ergebnissen zu schließen, dass Interferenzeffekte mit dem  $\omega$ -Meson nahezu keine Rolle spielen. Das heißt auch, dass die in [23] getroffenen Annahme, das  $\omega$ -Meson als isolierte Resonanz zu betrachten, gerechtfertigt ist.



**Abbildung 5.6:** Produktions- und Zerfallswinkel sowie  $\lambda$  für die Reaktion  $\omega \to \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Die Signaldaten sind mit Monte Carlo-Daten akzeptanzkorrigiert (schwarz). Die mit der PWA angepassten, gewichteten Monte Carlo-Daten sind in rot aufgetragen.



Abbildung 5.7: Die drei Parameter  $\Re \rho_{00}$ ,  $\Re \rho_{1-1}$  und  $\Re \rho_{10}$  der Spin-Dichtematrix für  $\omega \to \pi^+ \pi^- \pi^0$ .



**Abbildung 5.8:** Die drei Parameter  $\Re \rho_{00}$ ,  $\Re \rho_{1-1}$  und  $\Re \rho_{10}$  der Spin-Dichtematrix für  $\omega \to \pi^+ \pi^- \pi^0$  als Vergleich zu den in der vorliegenden Arbeit ermittelten Matrixelemente. [17]

## 5.2.3 Komplexität des Kanals $\overline{p}p ightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

Wie bereits erwähnt ist der Kanal  $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  durch seine Teilchenmultiplizität im Endzustand und der damit verbundenen Kombinatorik sowie durch die große Anzahl von beitragenden Resonanzen und den  $\overline{p}p$ -Anfangszuständen sehr komplex. Um dies zu verdeutlichen, wurde in der Tabelle 5.4 für jede Kombinationsmöglichkeit der untersuchten Zwischenresonanzen die Anzahl der Produktionsamplituden und der Zerfallsamplituden der ersten Zerfallsebene aufgelistet, die während eines Analysevorgangs angepasst werden. In der Aufzählung sind allerdings weder die Amplituden einer möglichen zweiten Zerfallsebene, noch die Amplituden des  $\overline{p}p$ -Systems berücksichtigt. Allein unter diesen Einschränkungen ergeben sich ca. 2600 Amplituden, die für die Anpassung berechnet werden müssen. In Verbindung mit der hohen Ereigniszahl wird deutlich, weshalb die Analysevorgänge so zeitintensiv sind.

Im Vergleich dazu ergeben sich bei Antiproton-Proton-Annihilationsexperimenten in Ruhe oder bei Elektron-Positron Reaktionen mehr als eine Größenordnung weniger Produktionsamplituden, weshalb sich diese Analysevorgänge als nicht so zeitintensiv gestalten.

Damit stellt sich im Hinblick auf das PANDA-Experiment, welches ebenfalls ein Anitproton-Proton-Experiment im Fluge darstellt, die Frage wie Kanäle mit einer so hohen Teilchenmultiplizität einer Partialwellenanalyse unterzogen werden sollen. Eine Möglichkeit hierfür wäre zum Beispiel, die Ermittlung der Gesamtamplituden durch die Berechnung über Modelle zu approximieren.

Kanal	Amplituden	Kombinatorik	#
$\overline{p}p \to \rho^+ \rho^-$	59	2	118
$\overline{p}p \to \rho^0 f_2(1270)$	37	1	37
$\overline{p}p \to \omega\pi$	13	2	26
$\overline{p}p \to a_2(1320)\pi$	30	12	360
$\overline{p}p \to \omega(1650)\pi$	12	6	72
$\overline{p}p \to a_1(1260)\pi$	27	16	432
$\overline{p}p \to a_1(1640)\pi$	24	16	384
$\overline{p}p \to \pi_2(1670)\pi$	31	16	496
$\overline{p}p \to \pi_1(1400)\pi$	24	8	192
$\overline{p}p \to \omega_3(1670)\pi$	14	4	56
$\overline{p}p \to a_2(1700)\pi$	24	16	384
$\overline{p}p \to \pi(1300)\pi$	7	8	56
$\sum$			2613

**Tabelle 5.4:** Anzahl der für ein einzelnes Ereignis zu berechnenden Produktionsund Zerfallsamplituden. In der zweiten Spalte ist die Summe der Produktions- und der Zerfallsamplituden der ersten Zerfallsebene angegeben. Darüber hinaus ist jeweils die Anzahl der möglichen Kombinationen, aus der Teilchenmultiplizität des Kanals resultierend, aufgelistet.
## Kapitel 6 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Reaktion  $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  für einen Strahlimpuls von 900 MeV/c in einer Partialwellenanalyse untersucht. Die hierfür verwendeten Daten wurden in den 1990er-Jahren vom Crystal Barrel-Experiment am Cern aufgenommen. Die Resultate der mit der Software PAWIAN durchgeführten Partialwellenanalyse zeigen, dass im untersuchten Kanal die Reaktionen

$$\overline{p}p \to \rho^+ \rho^- \to (\pi^+ \pi^0)(\pi^- \pi^0),$$
  

$$\overline{p}p \to \rho^0 f_2(1270) \to (\pi^+ \pi^-)(\pi^0 \pi^0),$$
  

$$\overline{p}p \to \omega \pi \to (\pi^+ \pi^- \pi^0) \pi^0$$

dominant beitragen. Zudem konnte auch die Zwischenresonanz  $a_2(1320)$  über die Zerfälle nach  $\rho\pi$  und  $f_2(1270)\pi$  als stark beitragend identifiziert werden. Ein weiteres wesentliches Ziel der Arbeit bestand neben der Bestimmung hauptbeitragender Zwischenresonanzen in der Untersuchung der Spin-Dichtematrix des  $\omega$ -Mesons in der Reaktion  $\overline{p}p \to \omega\pi \to (\pi^+\pi^-\pi^0)\pi^0$ . Dabei zeigten die drei Matrixelemente  $\rho_{00}, \rho_{1-1}$  und  $\rho_{10}$  starke Fluktuationen entlang des  $\omega$ -Produktionswinkels. Weiterhin zeigte sich auch, dass  $\rho_{00}$  einen Mittelwert von etwa 10% aufweist und damit ein starkes Alignment bei der  $\omega$ -Produktion vorliegt. Beim Vergleich mit den Resultaten vorhergegangener Arbeiten [23] zeigten sich im Rahmen der Fehler identische Ergebnisse bezüglich der Dichtematrix des  $\omega$ -Mesons. Somit bestätigt sich in der hier durchgeführten Analyse die in [23] aufgestellte Annahme, dass es gerechtfertigt ist, das schmale  $\omega$ -Meson als isolierte Resonanz zu betrachten und die Interferenzeffekte mit den übrigen Zerfallskanälen in der Reaktion  $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  zu vernachlässigen.

Kapitel 6 Zusammenfassung

## Literaturverzeichnis

- [1] http://seal.web.cern.ch/seal/MathLibs/Minuit2/html. online, 25.08.2014.
- [2] http://www-meg.phys.cmu.edu/williams/qft++/index.php/main\_page. online, 25.08.2014.
- [3] http://www.boost.org. online, 25.08.2014.
- [4] E. Aker et al. The Crystal Barrel spectrometer at LEAR. Nuclear Instruments an Methods in Physics Research A321 (1992) 69-108, 1992.
- [5] E. Aker et al. The Crystal Barrel spectrometer at LEAR. European Organisation for Nuclear Research Cern-PPE/92-126, 1992.
- [6] John Aldrich. R. A. Fischer and the Making of Maximum Likelihood 1912-1922. Statistical Science, 1997, Vol. 12, No. 3, 162-176, 1997.
- [7] M. Alekseev et al. Observation of a  $J^{PC} = 1^{-+}$  exotic resonance in diffractive dissociation of 190-GeV/c  $\pi^-$  into  $\pi^-\pi^-\pi^+$ . *Phys.Rev.Lett.*, 104:241803, 2010.
- [8] C. Amsler. Kern- und Teilchenphysik. vdf Hochschulverlag AG, 2007.
- [9] V. V. Anisovich an A. V. Sarantsev. *K*-Matrix analysis of the  $(IJ^{PC} = 00^{++}-wave in the mass region below 1900 MeV. Eur. Phys. J., A16:229-258, 2003.$
- [10] Suh-Urk Chung. Spin Formalisms. BNL-GQS-02-0900 Cern 71-8, 2014.
- [11] Thomas F. Degener. Analyse von Endzuständen der Antiproton-Proton Annihilation im Fluge. PhD thesis, Ruhr-Universität Bochum, 1999.
- [12] Aufbau der FAIR Beschleunigeranlage. http://www.fair-center.com, 2014. online, 21.07.2014.
- [13] Schematische Ansicht des PANDA Detektors. http://www-panda.gsi.de/framework/ det\_iframe.php?section=Full%20View, 2014. online, 21.07.2014.
- [14] U. Fano. Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques. Review of Modern Physics 29 S. 74-93, 1957.
- [15] U. Kurilla H. Koch et al. LEAR Crystal Barrel Experiment PS 197, Energy Problem in Flight - Solutions and Implications. CB-Note 343, 1999.
- [16] Peng-Zhi Huan et al. The Strong Decay Patterns of the 1<sup>-+</sup> Exotic Hybrid Mesons. Phys. Rev. D. 83.014021, 2010.
- [17] B. Kopf et al. Partial wave analysis for  $\overline{p}p$  and  $e^+e^-$  annihilations processes. Springer Verlag, 2014.

- [18] Rodney C. McCrady. A Spin-Parity Analysis of the Reaction  $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0\omega$ . PhD thesis, Carnegie Mellon University, 1998.
- [19] PANDA Kollaboration. http://www-panda.gsi.de, 2014. online, 18.07.2014.
- [20] Particle Data Group. Physical Review D. American Physical Society, 2012.
- [21] Partialwellenanalyse Software PAWIAN. https://panda-wiki.gsi.de/foswiki/bin/ view/PWA/PawianPwaSoftware, 2014. online, 05.09.2014.
- [22] B. Povh et al. Teilchen und Kerne. Springer Verlag, 2006.
- [23] Julian Pychy. Untersuchungen zur Partialwellenanalyse der Reaktion  $\overline{p}p \rightarrow \omega \pi^0$ . Master's thesis, Ruhr-Universität Bochum, 2012.
- [24] Jeffrey D. Richman. An Experimenter's Guide to the Helicity Formalism. DOE Research and Development Report CALT-68-1148, 1984.
- [25] Datenanalyse Werkzeug ROOT. http://root.cern.ch/drupal/, 2014. online, 25.08.2014.
- [26] P. Salvini et al. pp annihilation into four charged pions at rest and in flight. Eur.Phys.J., C35:21–33, 2004.
- [27] C. A. Meyer V. Crede. The Experimental Status of Glueballs. Prog. Part. Nucl. Phys. 63:74-116, 2009.

## Anhang A



Abbildung A.1: Pullverteilungen der Photonen für die Faktoren  $\phi$  (a),  $\theta$  (b) und  $\sqrt{E}$  (c) bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c.



Abbildung A.2: Pullverteilungen der positiv geladenen Pionen für die Faktoren  $\Psi_0$  (a),  $\alpha$  (b) und  $\lambda$  (c) bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c.



**Abbildung A.3:** Pullverteilungen der negativ geladenen Pionen für die Faktoren  $\Psi_0$  (a),  $\alpha$  (b) und  $\lambda$  (c) bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c.



**Abbildung A.4:** Konfidenz<br/>niveau des Kanals  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c nach der Optimierung der Skalierungsfaktoren.



Abbildung A.5: Invariante 2 $\pi$ -Massenspektren bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c.



Abbildung A.6: Invariante und 3 $\pi$ -Massenspektren bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c.