Untersuchungen zur Partialwellenanalyse der Reaktion $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \omega\pi^0$

Masterarbeit

im
Studiengang
„Master of Science“
im Fach Physik

an der Fakultät für Physik und Astronomie
der Ruhr-Universität Bochum

von
Julian Pychy

aus
Lüdenscheid

Bochum, April 2012

Abstract

A partial wave analysis of the reaction $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \omega\pi^0$ has been performed using data from the Crystal Barrel experiment at LEAR. The events were selected from raw data using a new technique for the determination of the underground. The highest contributing angular momenta of the $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}$ system were found being $L_{max} = 3$ for an antiproton momentum of 600 MeV/c, $L_{max} = 4$ for 900 MeV/c and 1050 MeV/c and $L_{max} = 5$ for momenta up to 1940 MeV/c. The spin density matrix of the ω meson was then determined from the helicity amplitudes as well as from the analysis of the decay angle distributions. As a result, both methods yield an integrated value of the ρ_{00} matrix element of approximately 0.08 to 0.1 for the decay $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ and of $\approx$0.07 for the decay $\omega \to \pi^0\gamma$. Thus, a strong alignment of the ω is observed.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Die Elementarteilchen- oder Hochenergiephysik beschäftigt sich mit den fundamentalen Bausteinen der Materie und ihrer Wechselwirkungen. Frühe Überlegungen zum Aufbau der Welt aus unteilbaren Teilchen gehen mit dem naturphilosophischen Atomismus von Demokrit und Leukipp bis in die Antike zurück. Als Geburt der modernen Teilchenphysik kann dagegen die Entdeckung des Elektrons – und damit des ersten wirklich elementaren Teilchens – von J. J. Thomson im Jahre 1897 gesehen werden. Nach der Entdeckung des Protons durch Rutherford und des Neutrons durch Chadwick schien alle Materie lediglich aus diesen drei Teilchen zusammengesetzt zu sein. In den 1950er Jahren fand man jedoch an Teilchenbeschleunigern heraus, dass Proton und Neutron lediglich zwei Vertreter einer größeren Klasse von Teilchen sind – den Hadronen. Muster im System der Hadronen wiesen, ähnlich wie bei dem Periodensystem der Elemente, auf eine Substruktur hin. Dies führte zur Entwicklung des Quarkmodells in der zweiten Hälfte der 60er Jahre, nach welchem Hadronen aus zwei oder drei Quarks zusammengesetzt sind. Hieraus entwickelte sich wiederum das sogenannte Standardmodell, welches heute Grundlage des Verständnisses der modernen Teilchenphysik ist.

1.1 Standardmodell

Nach dem *Standardmodell der Teilchenphysik* besteht sämtliche Materie aus zwölf Fermionen (Spin 1/2): sechs Quarks und sechs Leptonen, welche durch ihr *Flavour* unterschieden und in je drei Generationen unterteilt werden können (Tabelle 1.1). Neben dem Flavour werden sie durch eine Reihe weiterer Quantenzahlen wie elektrischer Ladung, Farbe und Paritäten charakterisiert. Zudem existiert zu jedem Teilchen ein korrespondierendes Antiteilchen mit umgekehrten Vorzeichen der additiven Quantenzahlen. Die Quarks und Leptonen aus der zweiten und dritten Generation können in solche der ersten Generation zerfallen, weshalb gewöhnliche Materie hauptsächlich aus Teilchen der ersten Generation besteht. Die Kombination dreier Quarks (qqq) ergibt ein Baryon (z.B. ein Proton mit uud), die eines Quarks und eines Antiquarks ($q\overline{q}$) ein Meson. Die Wechselwirkungen zwischen Quarks und Leptonen wird über die sogenannten fundamentalen Eichbosonen (Spin 1) vermittelt, welche an die jeweilige Ladung der Fermionen koppeln. Nach dem heutigen Stand der Erkenntnis existieren vier Arten von Wechselwirkungen (Grundkräften), denen alle physikalischen Phänomene zugrunde liegen:

- Die starke Wechselwirkung,
- die schwache Wechselwirkung,
- die elektromagnetische Wechselwirkung und
- die Gravitation.

Die Eigenschaften dieser Kräfte sind in Tabelle 1.2 zusammengefasst. Die Gravitation ist allerdings auf subatomarer Ebene so schwach, dass sie bei teilchenphysikalischen Prozessen praktisch keine Rolle spielt. Die übrigen Wechselwirkungen werden im Standardmodell durch relativistische Quantenfeldtheorien formuliert.

	Gen.	Flavour	Symbol	Ladung[e]	Masse [MeV/c^2]
Quarks	1	Up	u	+2/3	1,5-3,3
		Down	d	-1/3	3,5-6,0
	2	Charm	c	+2/3	1160-1340
		Strange	s	-1/3	70-130
	2	Top	t	+2/3	171200 ± 2100
		Bottom	b	-1/3	4130 - 4370
Leptonen	1	Elektron	e	-1	0,511
		Elektron-Neutrino	ν_e	0	$< 2 \cdot 10^{-6}$
	2	Myon	μ	-1	105,66
		Myon-Neutrino	ν_μ	0	$<$ 0,19
	2	Tauon	τ	-1	1776,84
		Tauon-Neutrino	ν_τ	0	$<$ 18,2

Tabelle 1.1: **Eigenschaften der Quarks und Leptonen**[Nak10].

Wechselw.	Eichboson	koppelt an	rel. Stärke
stark	8 Gluonen	Farbladung	1
schwach	$W^+, W^- Z^0$	schwache Ladung	10^{-14}
elektrom.	Photon	elek. Ladung	10^{-2}
gravitativ	Graviton		10^{-38}

Tabelle 1.2: **Die fundamentalen Wechselwirkungen**.

Quantenelektrodynamik und elektroschwache Theorie

Mit der Quantenelektrodynamik (QED) wurde von Feynman erstmals eine Kraft quantenfeldtheoretisch beschrieben. Eine zentrale Forderung ist dabei diejenige nach lokaler Eichinvarianz, welche über das Noethertheorem mit einer Ladungserhaltung (hier: die der elektrischen Ladung) einhergeht. In Abbildung 1.1(a) ist der fundamentale Vertex der elektromagnetischen Wechselwirkung dargestellt, welcher die Kopplung von Photonen an Ströme geladener Teilchen darstellt [Gri08]. Jeder elektrodynamische Vorgang lässt sich in der QED durch Kombinationen derartiger Vertices darstellen, wobei an jedem die dimensionslose Kopplungskonstante α zur Amplitude beiträgt. Diese ist aus der Elektrodynamik wohlbekannt als Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hc} \approx \frac{1}{137}. \tag{1.1}$$

Da diese Zahl erheblich kleiner als Eins ist, lassen sich Probleme der QED sehr genau störungstheoretisch durch Entwicklungen nach der Kopplungskonstanten behandeln.

In Abbildung 1.1(b) sind die fundamentalen Vertices der schwachen Wechselwirkung dargestellt. Im Unterschied zum elektromagnetischen Fall existieren hier auch geladene Austauschteilchen, so dass sich aufgrund der Ladungserhaltung das Flavour des Quarks oder Leptons bei der Reaktion innerhalb der Generation ändert. Ende der 1970er Jahre gelang es Glashow, Weinberg und Salam, die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung in der elektroschwachen Theorie zu vereinheitlichen. Im Rahmen dieser Entwicklung wurde die Existenz des sog. Higgs-Bosons gefordert, welches die relativ großen Massen der W- und Z-Bosonen durch den Higgs-Mechanismus erklärt. Das Higgs-Boson ist das einzige bislang noch unbeobachtete, fundamentale Teilchen des Standardmodells.

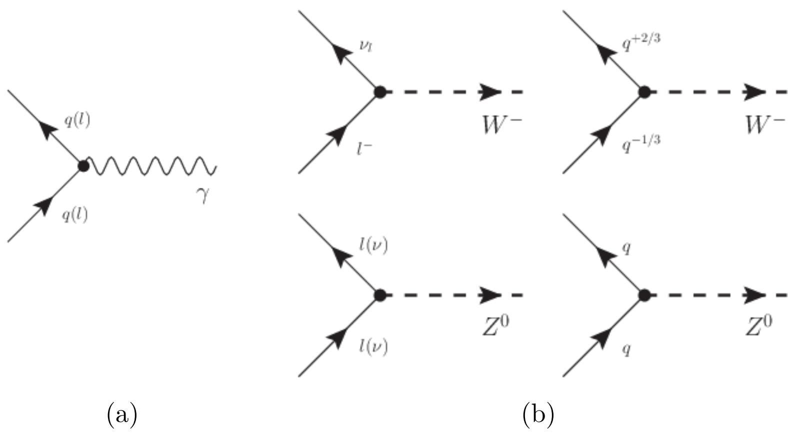


Abbildung 1.1: **Fundamentale Vertices der elektromagnetischen (a) und schwachen Wechselwirkung (b) als Feynman-Diagramme.**

Quantenchromodynamik

Basierend auf der QED wurde analog eine quantenfeldtheoretische Beschreibung der starken Wechselwirkung erarbeitet: Die Quantenchromodynamik. Die zugehörigen Eichbosonen, die Gluonen, koppeln an die Farbladung (rot, grün oder blau), weshalb nur die Quarks, nicht aber die farblosen Leptonen der starken Kraft unterworfen sind. Anders als die QED ist die QCD eine nichtabelsche Eichtheorie, d.h. die Lagrangedichte enthält einen Term, der eine Kopplung der Gluonen untereinander bewirkt. In Abbildung 1.2 sind die fundamentalen Vertices der starken Wechselwirkung veranschaulicht. Die Gluonen besitzen also ihrerseits eine Farbladung, genauer Farbe und Antifarbe. Die Transformationen im Farbraum, unter denen die starke Wechselwirkung invariant ist und woraus die Erhaltung der Farbe resultiert, bilden Elemente der Eichgruppe $SU(3)_{color}$. Entsprechend den Regeln der Gruppentheorie ergeben sich für die möglichen Zustände aus Farbe und Antifarbe gemäß

$$3 \otimes \overline{3} = 8 \oplus 1 \tag{1.2}$$

ein Farboktett sowie ein Farbsingulett. Das Gluon wird im Singulettzustand nicht beobachtet, dieser entspricht allerdings der Farbwellenfunktion der Mesonen.

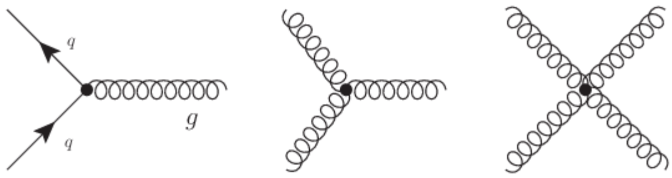


Abbildung 1.2: **Fundamentale Vertices der starken Wechselwirkung.**

Die Gluon-Gluon-Kopplung der QCD hat bedeutende Konsequenzen. Die phänomenologisch ermittelte Kopplungskonstante ist stark vom Impulsübertrag abhängig und nimmt zudem mit wachsendem Abstand zu:

$$\alpha_S(q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \cdot \log(q^2/\Lambda^2)} \tag{1.3}$$

Dabei ist n_f die Anzahl der für den Energiebereich relevanten Quarkflavours und Λ ein freier Parameter. Für hohe Impulse führt dies zur asymptotischen Freiheit der wechselwirkenden Teilchen. Bei geringen Impulsen (insbesondere im Energiebereich der gebundenen Quarksysteme) ergibt sich das sog. Confinement oder Quarkeinschluss und damit das Phänomen, dass Quarks nicht isoliert in der Natur vorkommen bzw. alle freien Teilchen Farbsinguletts sein müssen.[1] Der große Wert der Kopplungskonstante schränkt hier zudem die Anwendung der Störungstheorie erheblich ein.

[1] Gelegentlich wird auch der Begriff *farblos* verwendet, welcher jedoch missverständlich sein kann. Der Gluonen-Farbzustand $1/\sqrt{6}|R\overline{R} + G\overline{G} - 2B\overline{B}\rangle$ trägt keine Nettofarbe, gehört aber zum Farboktett und kommt für Mesonen daher nicht in Frage.

1.2 Mesonenspektroskopie

Mesonenspektroskopie bezeichnet die Suche nach Mesonen, die Vermessung ihrer Eigenschaften und Klassifizierung in einem Ordnungsschema. Ähnlich wie bei der Atomspektroskopie können diese Untersuchungen wichtige Informationen über die zugrundeliegende Wechselwirkung liefern, insbesondere über die Natur der nicht-pertubativen QCD. Umgekehrt kann durch Übereinstimmung theoretischer Vorhersagen mit experimentellen Resultaten das Standardmodell überprüft werden.

In der QCD bilden Hadronen ein kompliziertes Gebilde aus Valenzquarks, virtuellen Quark-Antiquark-Paaren und Gluonen (Quark-Gluon-See). Zur einfacheren Beschreibung bedient man sich des phänomenologischen Konstituentenquarkmodells, nach welchem Mesonen aus einem Quark und einem Antiquark aufgebaut sind. Hiermit können bestimmte Eigenschaften des Mesons erklärt werden. Unter Anderem schränkt dieses Modell die möglichen Kombinationen der Quantenzahlen J^{PC} ein zu

$$P = (-1)^{L+1} \qquad C = (-1)^{L+S} \tag{1.4}$$

Analog zu Gleichung 1.2 ergeben sich für die aus den drei leichten Quarks zusammengesetzte Mesonen ein $SU(3)_{flavour}$-Oktett und ein Singulett, welche zu einem Nonett zusammengefasst werden. Weitere Multipletts existieren für angeregte $\mathrm{q\overline{q}}$-Zustände. Diese sind in Abbildung 1.3 für den Bereich niedriger Massen dargestellt. Bereits hier weist das Spektrum einige Lücken auf. Die Anzahl beobachteter, aber nicht eindeutig zugewiesener Mesonen ist allerdings noch größer. Dies ist ein Hinweis auf die Existenz von Zuständen, die zwar nach der QCD erlaubt sind, aber nicht durch das naive Konstituentenquarkmodell beschrieben werden. Zu diesen *exotischen Teilchen* gehören:

- Hybride, die neben Quark und Antiquark ein oder mehrere reelle Gluonen enthalten ($\mathrm{q\overline{q}g}^k$),
- Glueballs (gg, ggg, ...), gebundene Zustände von mehreren konstituierenden und reellen Gluonen,
- Multiquarkzustände wie Tetra- ($\mathrm{qq\overline{qq}}$) und Pentaquarks ($\mathrm{qqqq\overline{q}}$),
- Mesonische Moleküle wie ($\mathrm{q\overline{q}}$) ($\mathrm{q\overline{q}}$).

Der Nachweis von Zuständen mit Quantenzahlen J^{PC}, welche nach den Gleichungen 1.4 nicht möglich sein sollten ($0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, \ldots$), ist ein deutlicher Hinweis auf derartige Exoten.

Ein bedeutender Mechanismus zur Erforschung der exotischen Zustände und zur Mesonenspektroskopie allgemein ist die Antiproton-Proton-Annihilation, da diese quark- und gluonenreich ist und eine hohe Anzahl an J^{PC}-Zuständen möglich ist. Im experimentellen Vorgehen können zwei Fälle unterschieden werden: Bei der

Annihilation in Ruhe werden die Antiprotonen mit Impulsen < 200 MeV/c zunächst abgebremst und bilden vor der Annihilation ein wasserstoffähnliches System mit einem Proton aus dem jeweiligen Target (Protonium). Bei höheren Impulsen geschieht die Annihilation dagegen im Fluge aus Streuzuständen. Dies erhöht den Phasenraum und damit die Anzahl zugänglicher Resonanzen, erschwert aufgrund der möglicherweise hohen Drehimpulse des $\bar{p}p$-Systems aber auch die Analyse. Zu den Experimenten, welche die $\bar{p}p$-Annihilation untersuchen, gehörte das Crystal Barrel-Experiment und in Zukunft das $\overline{\text{P}}$ANDA-Experiment[2].

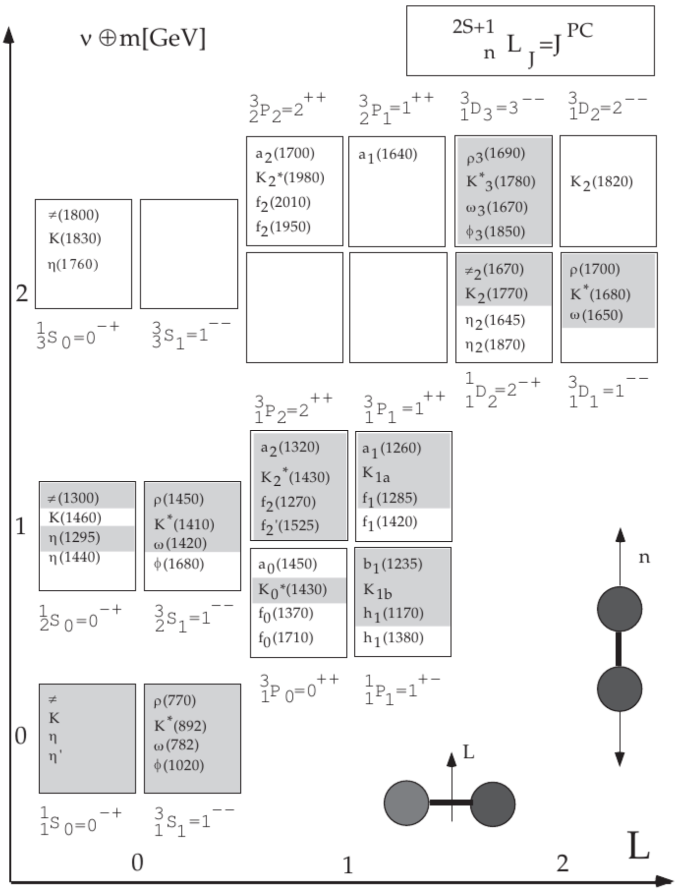


Abbildung 1.3: **Spektrum der leichten, aus u, d und s-Quarks aufgebauten Mesonen.** *Die Zustände werden charakterisiert durch Gesamtspin J, relativen Bahndrehimpuls L, Spin S und radiale Anregung n. Jeder Kasten fasst ein Nonett zusammen. Schattierte Teilchen gelten als gesichert* [AT04].

[2]Anti**P**roton **AN**nihilations at **DA**rmstadt

1.3 Das $\overline{\text{P}}$ANDA-Experiment

Das $\overline{\text{P}}$ANDA-Experiment ist ein zukünftiges Fixed-Target-Experiment der Hochenergiephysik am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung in Darmstadt. Am neu entstehenden Beschleunigerkomplex FAIR[3] werden Antiprotonen mit Impulsen zwischen 1,5 GeV/c und 15 GeV/c zur Verfügung gestellt, welche mit verschiedenen Targets im Zentrum des $\overline{\text{P}}$ANDA-Detektors zu Kollision gebracht werden.

Die Antiprotonen werden mit Hilfe eines 30 GeV/c-Protonenstrahls erzeugt und darauf in den HESR[4], ein Synchrotron und Speicherring, injiziert. Dieser beschleunigt die Antiprotonen auf den gewünschten Strahlimpuls und wird mittels Elektronenkühlung und stochastischer Kühlung eine bislang einzigartige Strahlqualität hinsichtlich der Impulsauflösung bei gleichzeitig hoher Luminosität erreichen. Der HESR kann dabei in zwei Betriebsmodi verwendet werden: Im High-Resolution-Modus soll die mittlere Impulsunschärfe von $\sigma_p/p \leq 2 \cdot 10^{-5}$ bei einer Luminosität von $\mathcal{L}_{HR} = 2 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ erreicht werden. Im High-Luminosity-Modus wird eine mittlere Impulsunschärfe von $\sigma_p/p \approx 10^{-4}$ bei einer Luminosität von $\mathcal{L}_{HL} = 2 \cdot 10^{32}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ angestrebt. Die Antiprotonen treffen anschließend auf ein Pellet-, Cluster-Jet- oder Festkörpertarget, welches sich im Target-Spektrometers des $\overline{\text{P}}$ANDA-Detektors (Abbildung 1.4) befindet. Ein Vorwärts-Spektrometer trägt der vorwärtsgerichteten Kinematik Rechnung. Wie in der Hochenergiephysik üblich dient eine Kombination verschiedener Subdetektoren dazu, neutrale und geladene Endzustandsteilchen präzise zu vermessen.

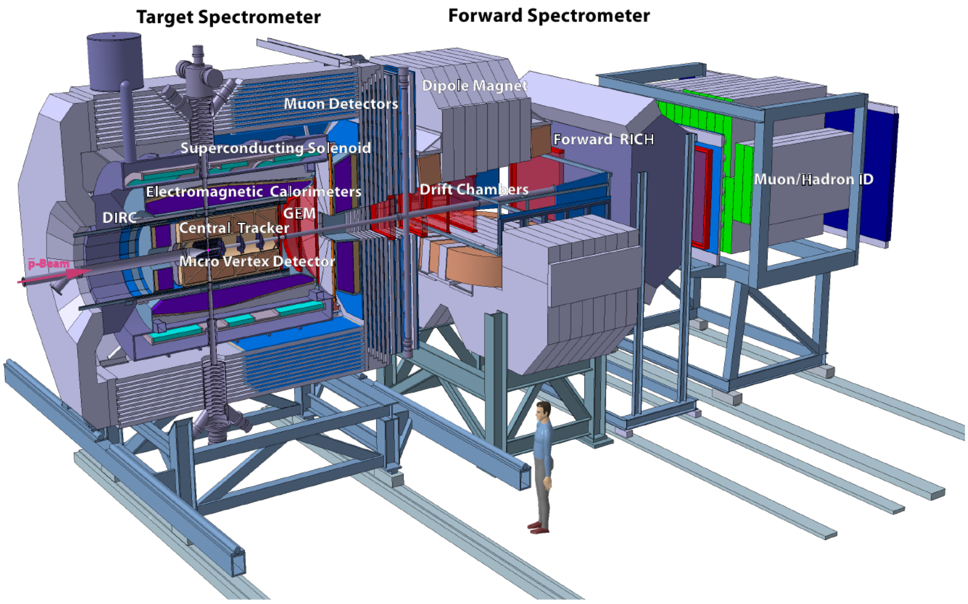


Abbildung 1.4: **Das $\overline{\text{P}}$ANDA-Detektorsystem** [PAN08].

[3]**F**acility for **A**ntiproton and **I**on **R**esearch
[4]**H**igh **E**nergy **S**torage **R**ing

Das $\overline{\text{P}}$ANDA-Experiment deckt ein vielfältiges Physikprogramm im Bereich der nichtpertubativen QCD ab. Der Fokus liegt dabei auf der Hadronenspektroskopie, insbesondere der Spekroskopie von Charmonium ($c\bar{c}$-Mesonen) und Open-Charm-Zuständen sowie der Suche nach Glueballs und Hybriden. Weitere Ziele betreffen das Studium von Hadronen in nuklearer Materie und von Hyperkernen (Kerne die Hyperonen enthalten). Umfangreiche Informationen zum Experiment können [PAN09] entnommen werden.

1.4 Motivation

Ein bedeutendes Werkzeug zur Untersuchung von Streu- und Annihilationsreaktionen sowie der zweifelsfreien Identifizierung von Hadronen und Ermittlung ihrer Eigenschaften ist die Partialwellenanalyse (PWA). Die PWA-Software für die Auswertung von $\bar{p}p$-Annihilationsdaten des $\overline{\text{P}}$ANDA-Experimentes befindet sich derzeit in Entwicklung. Für vorausgehende Untersuchung mit dieser Software bietet sich die Analyse von Daten des Crystal Barrel-Experimentes an, da bei diesem ebenfalls Antiproton-Proton-Annihilation stattfand. In der vorliegenden Arbeit wird mit besagten Daten daher eine Partialwellenanalyse der Reaktion $\bar{p}p \to \omega\pi^0$ durchgeführt, welche aufgrund relativ großer Wirkungsquerschnitte und einfacher Ereignistopologie gut analysierbar ist.

Das wesentliche Ziel der Untersuchungen besteht in der Bestimmung der sogenannten Spin-Dichtematrix des ω-Mesons, welche wichtige Informationen über den Produktionsmechanismus des ω und damit auch über die zugrundeliegende $\bar{p}p$-Annihilation liefert. Die Spin-Dichtematrix wird erstmalig mit Hilfe der Partialwellenanalyse ermittelt und die Resultate mit denen verglichen, die mit einer konventionelleren Methode - über die ω-Zerfallswinkelverteilung - bestimmt wurden. Gleichzeitig liefert die PWA weitere Erkenntnisse über den Antiproton-Proton-Annihilationsmechanismus, insbesondere über den maximal beitragenden Bahndrehimpuls des $\bar{p}p$-Systems. Die nötigen Daten werden neu selektiert, wobei besonderer Wert auf die Untergrundbehandlung unter Verwendung moderner Analysetechniken gelegt wird, die insbesondere bei früheren Untersuchungen der Crystal Barrel-Daten noch nicht zur Verfügung standen. Die vorliegende Arbeit stellt zudem einen der ersten produktiven Tests der PWA-Software dar, welche in diesem Rahmen erprobt, verbessert und weiterentwickelt wurde.

Kapitel 2

Das Crystal Barrel-Experiment

Crystal Barrel war ein Fixed-Target-Experiment am CERN[1], dessen wesentlichen Ziele im Studium des Annihilationsmechanismus, der Mesonenspektroskopie und der Suche nach exotischen Zuständen bestanden [A⁺85]. Es war in den Jahren 1989 bis 1996 in Betrieb. In diesem Kapitel soll das Experiment sowie die Detektorkomponenten kurz beschrieben werden. Eine ausführliche Darstellung findet sich z.B. in [A⁺92].

2.1 Erzeugung des Antiprotonenstrahls

Zur Erzeugung der Antiprotonen wurden zunächst Protonen durch ein System von Beschleunigern – dem Linearbeschleuniger (LINAC), dem Proton Synchrotron Booster (PSB) und dem Proton Synchrotron (PS) – auf einen Impuls von 26 GeV/c beschleunigt und anschließend auf ein Wolframtarget geleitet. An diesem entstanden durch Proton-Proton-Streuung nach der Reaktion $p+p \rightarrow p+p+\overline{p}+p$ Antiprotonen, die anhand ihrer Ladung von den Protonen separiert werden konnten. Diese wurden anschließend im Antiproton-Akkumulator (AA) etwa einen Tag gespeichert, um Verunreinigungen durch kurzlebige Mesonen zu beseitigen. Daraufhin wurden sie im PS auf einen Impuls von 600 MeV/c abgebremst und in den LEAR geleitet. Mittels Elektronenkühlung und stochastischer Kühlung konnte eine relative Impulsunschärfe von $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-4}$ und eine horizontale Winkelemittanz von $2\pi \cdot \mathrm{mm} \cdot \mathrm{mrad}$ erreicht werden. Die Antiprotonen wurden auf den gewünschten Impuls von 60 MeV/c bis 1,95 GeV/c abgebremst bzw. beschleunigt und mit Raten von bis zu $3 \cdot 10^5\,\overline{\mathrm{p}}/\mathrm{s}$ dem Crystal Barrel-Experiment zugeführt. Eine Übersicht der Beschleunigeranlage ist in Abbildung 2.1 zu sehen.

2.2 Detektor

Der Crystal-Barrel-Detektor war modular aufgebaut und deckte einen Raumwinkel von $95\,\% \cdot 4\pi$ ab. In Abbildung 2.2 ist er in Längs- und Querschnitt dargestellt. Im

[1] **C**onseil **E**uropéen pour la **R**echerche **N**ucléaire

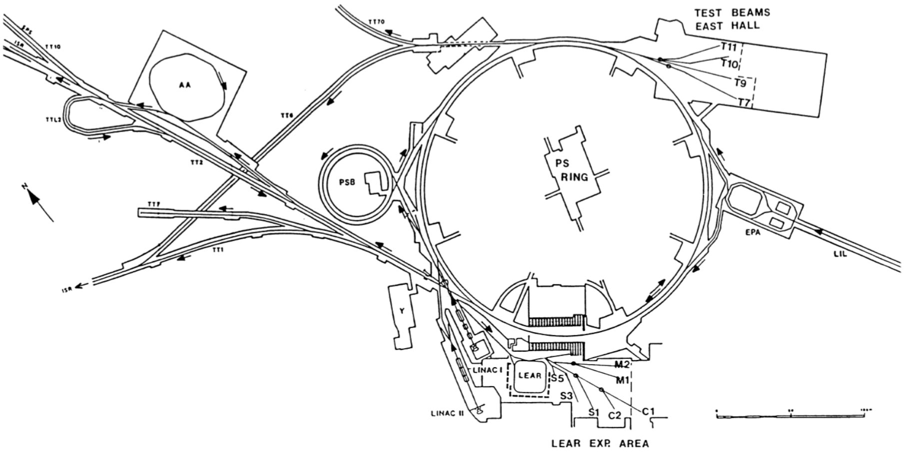


Abbildung 2.1: **Der Beschleunigerkomplex des CERN Mitte der 90er Jahre.** *Abgebildet sind der Linearbeschleuniger (LINAC), der Antiprotonen-Akkumulator (AA), das Proton Synchrotron (PS), der Protonensynchrotron-Booster (PSB) sowie der Low Energy Storage Ring (LEAR).*

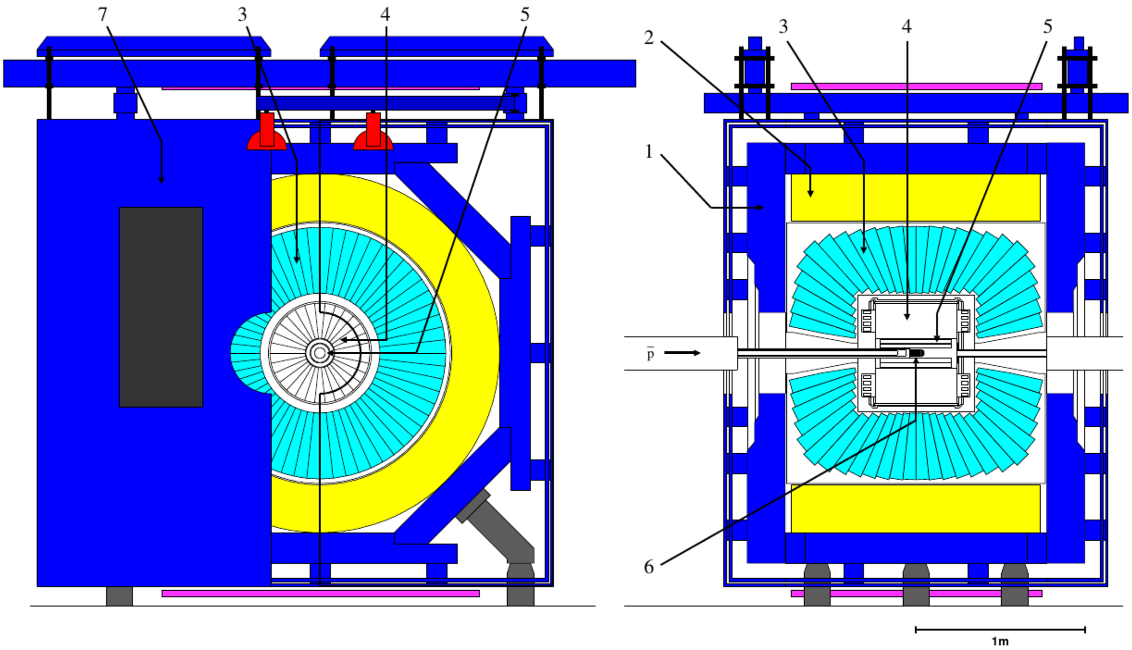


Abbildung 2.2: **Der Crystal Barrel-Detektor im Längs- und Querschnitt.** *(1) Eisenjoch, (2)Magnetspule, (3) CsI(Tl)-Kalorimeter, (4) Jet-Driftkammer, (5) Silizium-Vertexdetektor, (6) Target und (7) Lichtpulser.*

Zentrum der Anordnung befand sich das Target, welches entweder aus flüssigem Wasserstoff (LH_2) oder flüssigem Deuterium (LD_2) bestand. Dieses war umgeben von einem Silizium-Vertexdetektor und der Jet-Driftkammer (JDC). Weiter außen befand sich das fassförmige Kristallkalorimeter, welches dem Experiment seinen Namen gab. Die aktiven Komponenten befanden sich innerhalb einer normalleitenden Solenoidspule ($B_r \approx 0 \approx B_\phi, B_z \neq 0$), welche ein Magnetfeld mit einer Flussdichte von 1,5 T erzeugte. An der Symmetrie des Detektors ist erkennbar, dass dieser ursprünglich für Messungen bei $\overline{\text{p}}$p-Annihilation in Ruhe konstruiert wurde. Später wurde allerdings auch die Annihilation im Fluge untersucht.

2.2.1 Silizium-Vertex-Detektor

Der Silizium-Vertex-Detektor (SVTX) bestand aus 15 SiO_2-Platten, die fächerförmig und in Form eines Zylinders mit 75 mm Länge und 40 mm Radius um die Strahlachse angeordnet waren (Abbildung 2.3). Jede Platte war in 128 Streifen mit 370 μm Dicke aufgeteilt, die beim Durchgang eines geladenen Teilchens ein elektrisches Signal an die Elektronik ausgaben. Der SVTX lieferte bei hoher Akzeptanz schnelle Informationen über die Anzahl geladener Spuren eines Ereignisses und konnte somit als Trigger dienen. Die hohe Ortsauflösung in der rϕ-Ebene erlaubte zudem eine genaue Bestimmung des Annihilationsvertex. Ende 1994 ersetze der SVTX eine bis zu diesem Zeitpunkt betriebene Proporionaldrahtkammer.

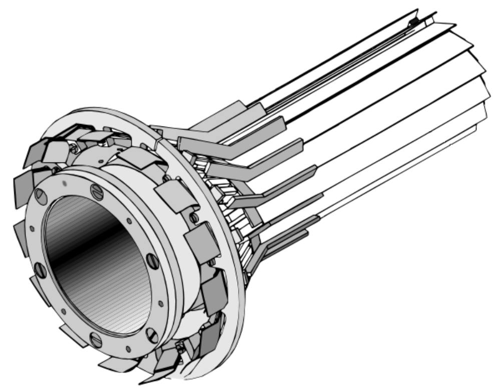
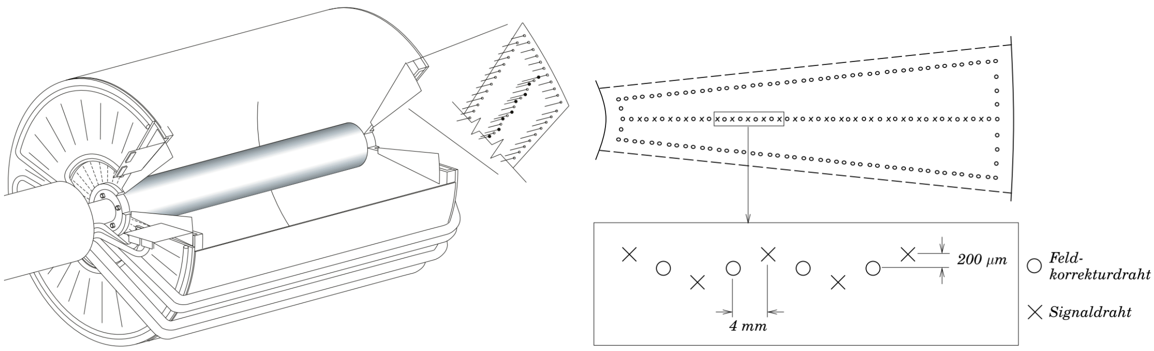


Abbildung 2.3: **Silizium-Vertex-Detektor** *(SVTX)*.

2.2.2 Jet-Driftkammer

Die Jet-Driftkammer diente zur Vermessung der Trajektorien geladener Teilchen im Magnetfeld sowie zur Bestimmung der Teilchenart bzw. -masse. Da die Spuren aufgrund der Lorentzkraft $F_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$ gekrümmt sind, lässt sich anhand dieser Informationen bei bekanntem Magnetfeld der Teilchenimpuls berechnen.

Die Kammer (Abbildung 2.4(a)) war in der rϕ-Ebene in 30 Sektoren unterteilt, die jeweils 23 Signaldrähte, 58 Felddrähte und 22 Korrekturdrähte enthalten. Sie war mit einem Gasgemisch aus Kohlendioxid und Isobutan befüllt, das von geladenen Teilchen entlang ihrer Bahn ionisiert wurde. Die frei werdenden Elektronen wurden im elektrischen Feld beschleunigt und drifteten in Richtung der Signaldrähte, wobei weitere Ionisationen stattfanden. Die am Signaldraht eintreffende Elektronenlawine erzeugte ein elektrisches Signal, das an den Enden ausgelesen und verstärkt wurde.



(a) (b)

Abbildung 2.4: **Die Jet-Driftkammer.** *(a) schematische Darstellung, (b) Detailansicht einer der 30 Sektoren mit Position der Drähte.*

Die Positionsmessung in der rϕ-Ebene erfolgte anhand der Driftzeiten der Ionisationselektronen an drei aufeinanderfolgenden Signaldrähten mit einer Auflösung von 0,2 mm. Um dabei eine Rechts-Links-Mehrdeutigkeit zu verhindern, waren benachbarte Signaldrähte um 200 μm aus der Mittellage versetzt, was in der Detailansicht 2.4(b) verdeutlicht wird. Die longitudinale Position wurde durch Vergleich der Pulshöhen an beiden Drahtenden mit einer Auflösung von 7,5 mm bestimmt. Durch den Vergleich der Pulshöhen entlang der Teilchenspur konnte außerdem der spezifische Energieverlust dE/dx berechnet werden, welcher charakteristisch für eine bestimmte Teilchensorte ist. Pionen und Kaonen konnten so bis zu Impulsen von 500 MeV/c separiert werden [Deg99].

Aufgrund der Detektorgeometrie existiert in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung ein Akzeptanzloch um den Strahl. Außerdem sinkt auch im von der JDC überdeckten Winkelbereich die Anzahl auslösender Drähte bei Spuren, die kleine Winkel zur Strahlachse bilden. Wird das Auslösen von mindestens 10 Drähten gefordert, so sinkt die Raumwinkelakzeptanz für die Annihilation in Ruhe auf 85 % des Vollwinkels. Bei der Annihilation im Fluge mit dem höchsten Strahlimpuls von 1940 MeV/c beträgt sie aufgrund des Lorentzboosts nur noch 65 % im Schwerpunktsystem [Rat96]. Tatsächlich wird dies eine Einschränkung für die Analysierbarkeit eines geladenen Endzustandes in dieser Arbeit bedeuten.

2.2.3 Elektromagnetisches Kalorimeter

Zur Detektion von Photonen wurde ein modulares, fassförmiges Kristallkalorimeter verwendet, bestehend aus 1380 Kristallen aus 0,1 mol% Thallium-dotiertem Cäsiumjodid, kurz CsI(Tl). Trifft ein Photon auf einen Kristall, so entsteht durch abwechselnde e^+e^--Paarbildung und Bremsstrahlungsprozesse ein elektromagnetischer Schauer. Dieser führt zur Bildung von Elektron-Loch-Paaren, bei deren Vernichtung Szintillationslicht entsteht. Dieses Licht wurde von Photodioden in ein elektrisches Signal umgewandelt, aus dem mit entsprechender Kalibrierung die Energie des Schauers und damit des auslösenden Photons ermittelt werden konnte. Die Länge der Kristalle von 30 cm entsprach 16,1 Strahlungslängen ($X_0 = 1{,}86\,\mathrm{cm}$), so dass auch bei hohen Photonenimpulsen von 2 GeV etwa 99 % der Schauerenergie im Kristall deponiert wurde.

Die Kristalle waren in 26 konzentrischen Ringen um die Strahlachse angeordnet und wiesen mit der Stirnseite auf das Zentrum des Kalorimeters (Abbildung 2.5). Jeder Kristall deckte einen polaren Winkel von $\theta = 6°$ ab, was aufgrund der Symmetrie des Detektors 13 unterschiedliche Kristalltypen erforderte. Die Ringe 1–10 waren in azimutaler Ebene in Segmente mit einer Abdeckung von $\Delta\phi = 6°$ aufgeteilt, die Ringe 11–13 besaßen wegen der geringen Stirnfläche eine Ausdehnung von $\Delta\phi = 12°$. Die maximale Ortsauflösung entsprach etwa 20 mrad in ϕ- und θ-Richtung, während die Energieauflösung durch

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{2-3\%}{\sqrt[4]{E/\mathrm{GeV}}}. \tag{2.1}$$

beschrieben wurde. Das Kalorimeter deckte einen Winkelbereich von $12° < \theta < 168°$ ab, was einem Raumwinkelanteil von 97,8 % entspricht. Bei der Annihilation im Fluge sank die Abdeckung auf $95{,}2\,\% \cdot 4\pi$, ist damit aber noch erheblich größer als im Falle der JDC [Rat96]. Details zur Rekonstruktion von Photonen werden in Abschnitt 3.2.2 behandelt.

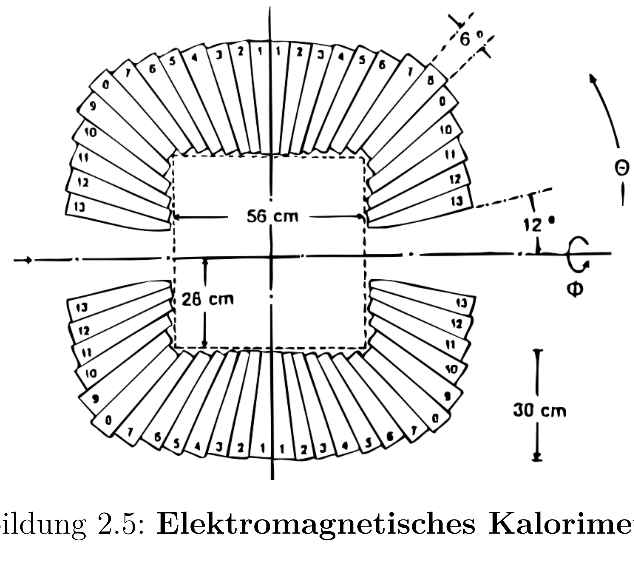


Abbildung 2.5: **Elektromagnetisches Kalorimeter.**

Kapitel 3

Datenselektion

Ziel der Datenselektion ist es, aus den Rohdaten des Crystal Barrel-Experimentes die für die Partialwellenanalyse relevanten Ereignisse zu rekonstruieren und die Vierervektoren der Endzustandsteilchen bei möglichst geringem Untergrundanteil zu ermitteln. Die hierzu nötigen Schritte werden in diesem Kapitel beschrieben. Bei den Analysen kamen die folgenden, zum größten Teil in Fortran geschriebenen Softwarepakete zum Einsatz:

LOCATER: Rekonstruktion der Spuren geladener Teilchen

BCTRACK: Auswertung der Daten des Kalorimeters

GTRACK: vereinigt die Resultate von LOCATER und BCTRACK zu einem Datensatz

CBKFIT: wird für den kinematischen Fit verwendet. Siehe hierzu auch Abschnitt 3.3.2

BRAIN: ein künstliches neuronales Netz zur Erkennung von elektromagnetischen Schauerfluktuationen [Deg94]

GEANT3: Simulation des Durchgangs von Teilchen durch Materie

CBGEANT: Monte Carlo-Simulator für das Crystal Barrel-Experiment auf Basis von GEANT

CbOFF++: C++-Klassenbibliothek, welche die komfortable Verwendung der Offline-Software ermöglicht

ROOT: Werkzeug zur Datenanalyse und Visualisierung

3.1 Vorstellung der Daten

In dieser Arbeit wird eine Partialwellenanalyse der Reaktion

$$\begin{array}{lcl} \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \omega\pi^0 & \text{mit} & \omega \to \pi^+\pi^-\pi^0 \\ & \text{und} & \omega \to \pi^0\gamma \end{array} \tag{3.1}$$

durchgeführt. Das neutrale Pion zerfällt dabei zu 98,8 % elektromagnetisch gemäß $\pi^0 \to \gamma\gamma$ in zwei Photonen. Aufgrund der kurzen mittleren Lebensdauer von

$(8{,}4 \pm 0{,}4) \cdot 10^{-17}$ s [Nak10] kann es nur durch diese Zerfallsprodukte nachgewiesen werden. Andere Zerfallsmoden werden aufgrund der geringen Verzweigungsverhältnisse nicht berücksichtigt. Die geladenen Pionen zerfallen dagegen ausschließlich schwach und besitzen daher eine vergleichsweise lange Lebensdauer von etwa $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ s. Bei Geschwindigkeiten in der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit bleiben sie innerhalb der Detektorausdehnung daher zum großen Teil stabil. Damit ergeben sich der neutrale Endzustand 5γ und der zweifach geladene Endzustand $\pi^+\pi^-4\gamma$.[1]

Für die Selektion der neutralen Ereignisse liegen Rohdaten mit Strahlimpulsen von 600, 900, 1050, 1350, 1525, 1642, 1800 und 1940 MeV/c vor, die mit einem 0-Prong[2]- oder Mixed-Trigger während des Experimentes vorselektiert wurden. Die verfügbaren Datensätze mit 2-Prong/Mixed-Trigger zur Selektion der geladenen Ereignisse decken dagegen nur die Impulse 900, 1525, 1642 und 1940 MeV/c ab. Die Daten für den Impuls 1940 MeV/c stammen jeweils aus der Strahlzeit September/Oktober 1995, alle übrigen von September 1996. Dies ist insofern von Bedeutung, als bei der Analyse unterschiedliche Kalibrierungseinstellungen für die JDC und das elektromagnetische Kalorimeter nötig sind. Für alle Impulse werden mit CBGEANT Monte Carlo-Ereignisse unter Berücksichtigung der strahlzeitspezifischen Eigenheiten simuliert.

3.2 Rekonstruktion

3.2.1 Detektion geladener Teilchen in der JDC

Zur Rekonstruktion der Spuren geladener Teilchen mit der JDC werden von der Crystal Barrel-Software zunächst die Elektronen-Driftzeiten sowie die Pulshöhendifferenzen an den Drahtenden in Ortskoordinaten umgerechnet. Die erhaltenen Messpunkte werden anschließend mit einem Mustererkennungsalgorithmus einzelnen Spuren zugeordnet. Daraufhin erfolgt eine Anpassung der Spuren mit einer Helix, wobei die drei freien Parameter α, Ψ_0 und λ verwendet werden. Dabei ist α die Krümmung der Helix, Ψ_0 der Winkel zwischen der x-Achse und der Tangente an die rϕ-Projektion der Helix im ersten Spurpunkt und λ der Neigungswinkel der Helix. Aus diesen Größen kann der Viererimpuls $\mathcal{P}$ des Teilchens berechnet werden:

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2 + p^2} \\ p_t \cos \Psi_0 \\ p_t \sin \Psi_0 \\ p_t \tan \lambda \end{pmatrix} \qquad \text{mit} \qquad \begin{array}{c} p_t = \frac{qB}{\alpha} \\[2ex] p = p_t \sqrt{1 + \tan^2 \lambda} \end{array} \tag{3.2}$$

Hier ist p der Betrag des Impulses, p_t der Transversalimpuls in der $r\phi$-Ebene,

[1] „Geladener Endzustand“ wird im Folgenden als Bezeichnung für den Endzustand mit zwei geladenen Pionen verwendet, auch wenn die Gesamtladung Null ist.

[2] In der Bezeichnung n-Prong für den Trigger bedeutet n die Anzahl geladener Teilchen im Endzustand.

m die Masse und q die Ladung des Teilchens. Durch die anschließende Anpassung der Spuren an einen gemeinsamen Ursprung können sowohl der Zerfallsvertex langlebiger Resonanzen (wie z. B. das K_s) als auch der Primärvertex der $\bar{p}p$-Annihilation bestimmt werden [Deg99].

3.2.2 Detektion von Photonen im Kalorimeter

Ein elektromagnetischer Schauer erstreckt sich üblicherweise über mehrere benachbarte Kristalle. Alle Kristalle, deren Energiedeposition oberhalb eines Schwellenwertes E_{SN} liegt, werden daher von BCTRACK zu einem Cluster zusammengefasst, wenn die Gesamtenergie oberhalb einer Energie E_{SC} liegt. Innerhalb des Clusters wird nun nach einem lokalen Maximum gesucht. Werden mehrere dieser gefunden, werden den Nebenmaxima nur Teilchen zugeordnet, wenn diese oberhalb eines weiteren Schwellenwertes E_{SP} liegen. Jede auf diese Weise separierte Energiedeposition ergibt einen sogenannten PED[3], welcher die Gesamtenergie und die Flugrichtung eines Teilchens definiert. Endet keine geladene Spur in der Nähe eines solchen PEDs, wird angenommen, dass es sich dabei um ein Photon handelt. Für die beschriebenen Parameter werden die aus vorhergegangenen Arbeiten [Beu95],[Deg99] ermittelten, optimierten Standardwerte verwendet (Tabelle 3.1).

Größe	Bedeutung	0-Prong	2-Prong
E_{SR}	minimale Energie Einzelkristall	1 MeV	1 MeV
E_{SN}	minimale Energie Kristall im Cluster	4 MeV	4 MeV
E_{SC}	minimale Energie des Clusters	10 MeV	20 MeV
E_{SP}	minimale Energie eines PEDs	10 MeV	20 MeV

Tabelle 3.1: Schwellenwerte für die Rekonstruktion der PEDs im Kalorimeter.

Bei dem beschriebenen Vorgehen kommt es häufig zu folgenden Problemen: Zerfällt beispielsweise ein hochenergetisches Pion in zwei Photonen, so kann deren Öffnungswinkel so klein sein, dass der gemeinsame Energieeintrag in der Erkennung eines einzelnen, *verschmolzenen PED* resultiert. In diesem Fall würde fälschlicherweise nur ein Photon rekonstruiert werden. Der umgekehrte Fall liegt vor, wenn der Schauer eines einzelnen Photons aufgrund statistischer Schwankungen ein Nebenmaximum oder sogar ein getrenntes Cluster ausbildet. In diesem Fall wird von *elektromagnetischen Schauerfluktuationen* oder *Split-offs* gesprochen, welche zu einer zu hohen Photonenmultiplizität führen. Die Wechselwirkung von geladenen Pionen oder Kaonen mit dem Kalorimeter kann darüber hinaus zu *hadronischen Schauerfluktuationen* führen.

[3] **P**article **E**nergy **D**eposit

Erkennung von Schauerfluktuationen

Zur Erkennung von elektromagnetischen Schauerfluktuationen wird üblicherweise die Software *BRAIN* verwendet. Dabei handelt es sich um ein künstliches neuronales Netz, welches mit Monte Carlo-Daten zur Erkennung der Fluktuationen trainiert wurde. Mit BRAIN können die betroffenen Ereignisse repariert werden, bevor ein Schnitt auf die Photonenmultiplizität des Endzustandes erfolgt. Der vorzugebende Parameter ist dabei der Schnitt S auf den Wert der sigmoiden Übertragungsfunktion des Ausgabeknotens des Netzes. Dieser kann auf Werte zwischen 0 und 1 festgelegt werden und bestimmt die Erkennungseffizienz. Ein hoher Wert führt zu der Erkennung vieler Fluktuationen, jedoch auch zunehmend zu falsch-positiven Resultaten, so dass gute Ereignisse verworfen werden. Bei geringem S werden entsprechend nur noch wenige Fluktuationen erkannt.

Die für diese Arbeit optimale Einstellung wird anhand von Monte Carlo-Simulationen unter besonderer Berücksichtigung des Untergrundeinflusses untersucht. Für den 5γ-Endzustand ergibt sich, dass der Hauptuntergrund durch die Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to f_2(1270)(\to 2\pi^0)\pi^0 \to 6\gamma$ bei Verlust eines der Endzustandsphotonen hervorgerufen wird (der Untergrund wird in Abschnitt 3.3.3 ausführlich behandelt). Die Signal- und Untergrunddaten werden mit verschiedenen Werten von S analysiert und die Anzahl der nach Vor- und Hauptselektion im Datensatz verbleibenden Ereignisse verglichen. Das Resultat ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

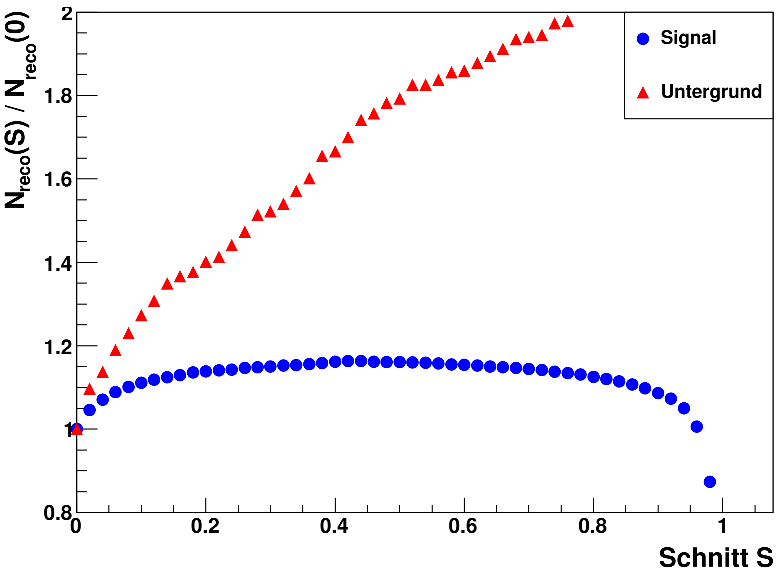


Abbildung 3.1: **Rekonstruktionseffizienz bei Verwendung von BRAIN** *für Monte Carlo-generierte Signal- und Untergrundereignisse nach allen Schnitten und der Hauptselektion. Die Werte sind auf den Fall der Rekonstruktion ohne BRAIN (S=0) normiert.*

Die Anzahl erfolgreich rekonstruierter Signalereignisse erreicht bei $S \approx 0{,}45$ ein Maximum bei einer um 15 % erhöhten Effizienz gegenüber der Rekonstruktion ohne BRAIN. Der Untergrund nimmt dagegen kontinuierlich und erheblich stärker zu. Dieses Ergebnis ist naheliegend: die Erkennung von Schauerfluktuationen führt immer zu einer Verringerung der Photonenmultiplizität. Dadurch erhöht sich die Anzahl an als 5γ-Endzustand rekonstruierten $f_2(1270)$-Ereignissen erheblich. Für den betrachteten Kanal ist der Einsatz von BRAIN daher nur bedingt geeignet. Um nicht vollständig auf eine Splitoff-Erkennung zu verzichten, aber auch den Untergrund nicht unnötig anzureichern, wird entsprechend für alle Analysen der niedrige Wert S=0,1 gewählt.

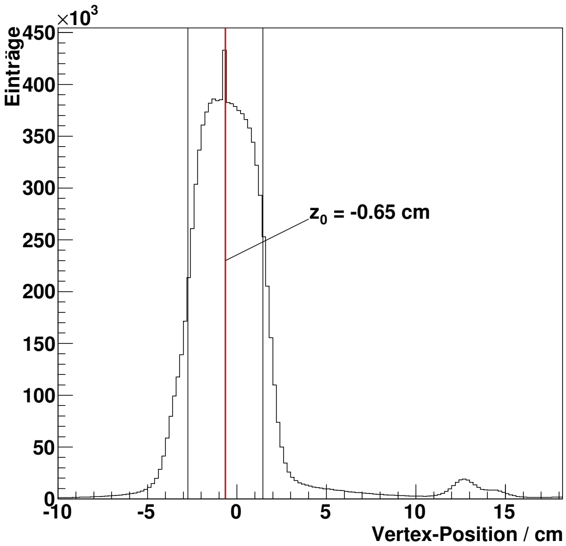
Eine gesonderte Betrachtung des geladenen Endzustandes findet nicht statt, da der Untergrund in diesem Fall nicht bekannt ist. Zur Erkennung hadronischer Schauerfluktuationen wird zusätzlich das neuronale Netz *Jhonny Walker* unter Verwendung von Standardparametern eingesetzt.

3.2.3 Z-Vertex

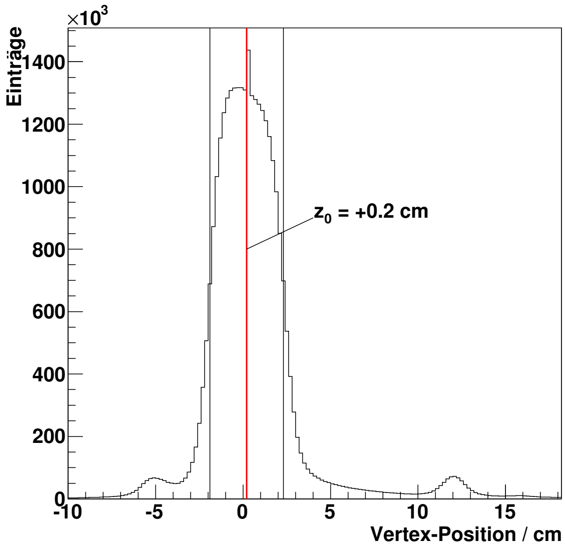
Befindet sich der Mittelpunkt des Targets in Strahlrichtung nicht genau im Zentrum des Detektors, ist auch der Schwerpunkt der Verteilung des Annihilationsvertex verschoben. Dies kann zu einem systematischen Fehler in der Rekonstruktion der Bewegungsrichtung der Photonen führen. Nach [KKPR99] verändert eine Verschiebung des Vertex um 1 cm vom erwarteten Punkt die Masse eines 600 MeV - π^0 um mehr als 3 %, daher sollte für eine maximale Rekonstruktionseffizienz und Datenqualität die exakte Targetposition bei der Analyse berücksichtigt werden. In der genannten CB-Note wurde für die Strahlzeit 1996 eine Verschiebung von z_0=-0,65 cm (strahlaufwärts) festgestellt. Diese Verschiebung wurde im Rahmen dieser Arbeit anhand der Spurrekonstruktion der geladenen Pionen mit der JDC erneut ermittelt und stimmt sehr gut mit dem Ergebnis der CB-Note überein (Abbildung 3.2(a)). Für die Strahlzeit 1995 ergibt sich hier die Targetverschiebung z_0=+0,2 cm (Abbildung 3.2(b)). Der Peak bei 12–13 cm entsteht durch Annihilationen im Veto-Zähler.

3.2.4 Kalibrierung des EMC

Aufgrund der Kristall-Schwellenenergie von 1 MeV sowie der Strahlungsverluste beim Übergang eines Schauers in benachbarte Kristalle entspricht die im PED gemessene Energie nicht genau der Energie des eintretenden Photons. Diesem Umstand wird in der Offline-Software mit einer empirisch ermittelten Korrekturfunktion für Daten- und Monte Carlo-Ereignisse Rechnung getragen. Hiervon existieren mehrere Varianten: die in der Originalsoftware vorhandene Funktion von *Schmidt* [Sch96] baut auf der für die Annihilation in Ruhe vorgesehenen Korrektur von *Hessey* auf. Später wurden von Gruppen in München [UK98] und Bochum [KKPR99] weitere Korrekturen vorgenommen. Um die bestmögliche Kalibrierung zu erreichen, wurden die unterschiedlichen Methoden in dieser Arbeit untersucht.



(a)



(b)

Abbildung 3.2: **Z-Vertex-Verteilung** *für die Strahlzeit 1996 am Beispiel des Antiprotonenimpulses* $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$ *(a) und die Strahlzeit 1995 bei* $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$ *(b). Der Schwerpunkt* z_0 *wird durch die jeweils mittlere Linie (rot) angegeben. Die beiden äußeren Linien (schwarz) markieren die Targetausdehnung von* $\pm\,2{,}1\,\mathrm{cm}$.

Die Bochumer Korrektur führte bei der Anwendung auf Monte Carlo-Ereignisse zu einem erheblichen Einbruch der Rekonstruktionseffizienz. Möglicherweise sind hier weitere, jedoch undokumentierte Änderungen an der Software nötig. Dies spricht auch gegen den alleinigen Einsatz bei Datenereignissen, da unterschiedliche Kalibrierungen zu systematischen Fehlern bei der Akzeptanzkorrektur führen können. Die beiden anderen Methoden wurden mit simulierten Ein-Photon-Ereignissen untersucht. Dafür wird das Verhältnis der korrigierten Energie E_γ zur generierten Energie E_{MC} in Abhängigkeit von E_{MC} und der Nummer des Zentralkristallrings in θ-Richtung (siehe Abbildung 2.5) ermittelt. Die Resultate sind in Abbildung 3.3(a) und 3.3(b) dargestellt. Bei der Korrektur von Hessey u. Schmidt ergeben sich erhebliche Abweichungen vom optimalen Verhältnis von 1, vor allem bei Photonenenergien unterhalb von 100 MeV und oberhalb von 800 MeV. Die Münchener Korrektur liefert erheblich bessere Ergebnisse. Bei geringen Energien treten jedoch ebenfalls Abweichungen auf, zudem zeigt sich auch eine leichte Systematik in Abhängigkeit von θ.

Aus diesem Grund wurde eine eigene Korrekturfunktion ermittelt. Als Ansatz wird eine von der PED-Energie und der Zentralkristallnummer n(θ) abhängige Skalierung gewählt:

$$E_\gamma = f_n(E_{PED}) \cdot E_{PED} \qquad n = 1...26 \tag{3.3}$$

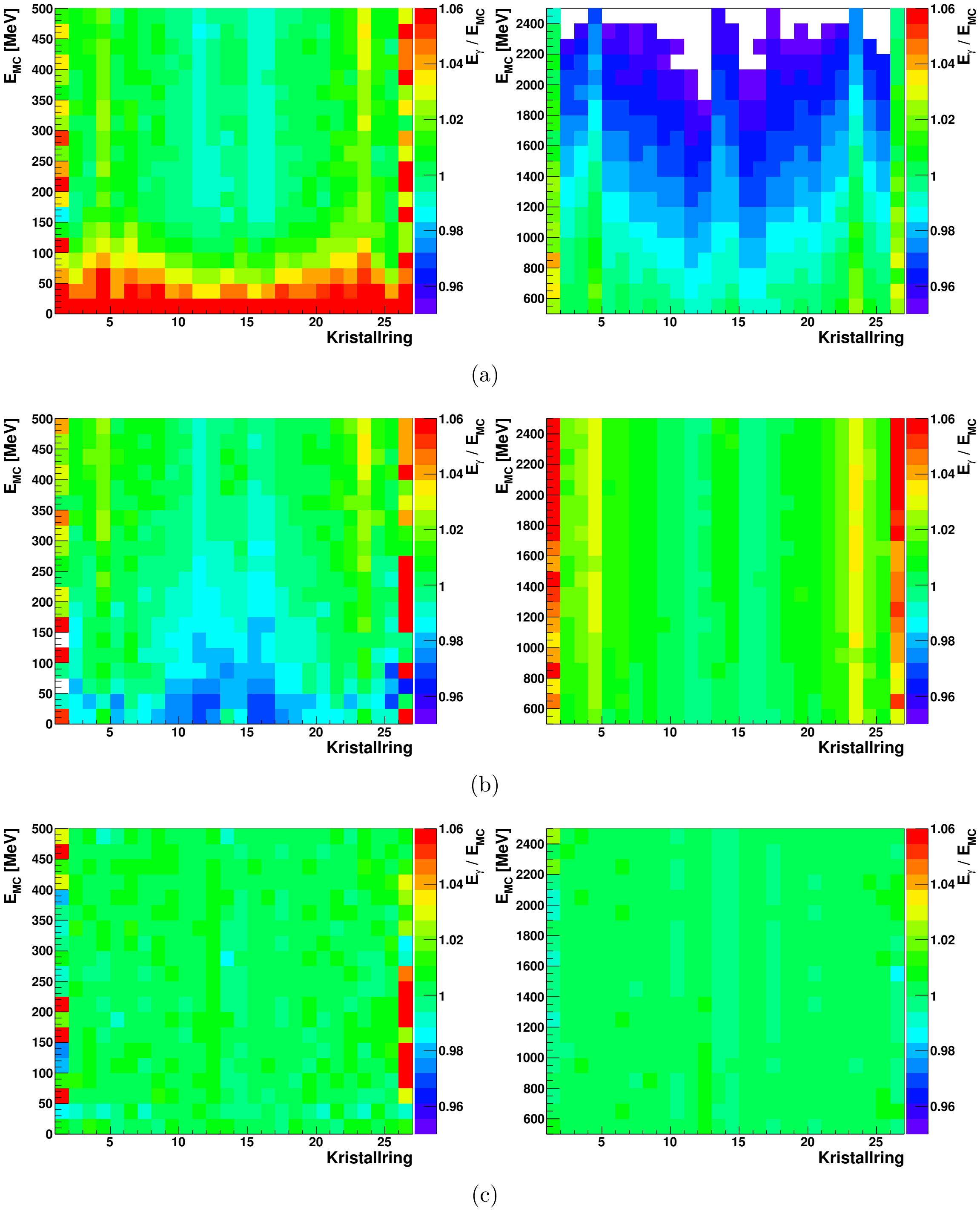
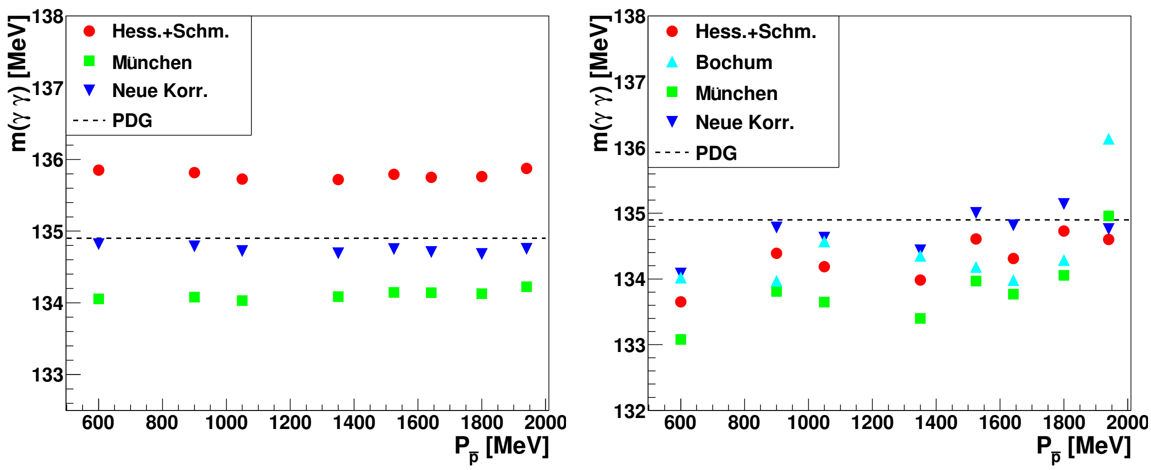


Abbildung 3.3: **Analyse der EMC-Kalibrierungen mit Monte Carlo-generierten, einzelnen Photonen.** *(a): Originalsoftware, (b): Münchener Korrektur, (c) neue Korrektur. Dargestellt ist das Verhältnis der korrigierten Energie E_γ zur generierten Energie E_{MC} in Abhängigkeit von E_{MC} und der Nummer des Kristallrings. Links ist jeweils der Energiebereich bis 500 MeV, rechts jeweils von 500 MeV bis 2500 MeV zu sehen.*

Die Korrekturfunktionen f_n werden durch Auftragen von E_{MC}/E_{PED} gegen E_{PED} für jedes n und einer anschließenden Anpassung mit einem Polynom vierten Grades ermittelt. Die Effizienz der so gefundenen Korrektur kann auch hier durch das Verhältnis E_γ/E_{MC} überprüft werden, was in Abbildung 3.3(c) dargestellt ist. Es ist deutlich, dass die Rekonstruktion der ursprünglichen Photonenenergie mit dieser Korrektur das beste Ergebnis aufweist. Eine weitere Überprüfung kann anhand der mittleren invarianten Masse der π^0 aus dem Kanal $\bar{p}p \to \omega\pi^0$ mit $\omega \to \pi^0\gamma$ stattfinden, welche für Monte Carlo-Ereignisse in Abbildung 3.4(a) strahlimpulsabhängig dargestellt ist. Die π^0-Masse kommt der PDG-Masse bei der neu ermittelten Korrektur klar am nächsten.

Die gleiche Korrektur wird auch auf Datenereignisse angewendet, wobei die Funktionen (3.3) lediglich mit einem globalen Skalierungsfaktor angepasst werden. Dieser wird empirisch durch Maximierung der Rekonstruktionseffizienz sowie Optimierung der invarianten π^0-Masse gefunden. Das Resultat (Abbildung 3.4(b)) erweist sich erneut besser als die bisherigen Methoden. Aus diesem Grund wird die neue Kalibrierung für alle folgenden Untersuchungen verwendet. In Abschnitt 5.5 wird der Einfluss der Kalibrierung auf die Resultate der Partialwellenanalyse untersucht.



(a) (b)

Abbildung 3.4: **Invariante π^0-Masse unter Verwendung verschiedener EMC-Kalibrierungen.** *(a) Monte Carlo- (b) Datenereignisse. Die neutralen Pionen stammen aus der Reaktion $\bar{p}p \to \omega\pi^0$ mit $\omega \to \pi^0\gamma$.*

3.3 Selektionsschritte

3.3.1 Vorselektion

In der Vorselektion werden die Rohdaten eingelesen und verschiedene Schnitte angewendet, um zur Analyse offensichtlich ungeeignete Ereignisse zu verwerfen. Insbesondere kann hierdurch die Datenmenge für den darauf folgenden, rechenintensiven kinematischen Fit reduziert und so der Zeitaufwand für die Datenselektion deutlich verkürzt werden. Folgende Schnitte werden angewendet:

- Anzahl geladener Teilchen im Endzustand
- Ein π^+ und ein π^- (nur geladener Endzustand)
- Anzahl Photonen im Endzustand
- Erhaltung der Gesamtenergie ($\Delta E < 500\,\mathrm{MeV}$)
- Erhaltung des Gesamtimpulses ($\Delta p < 500\,\mathrm{MeV/c}$)
- Z-Vertex innerhalb des Targets (nur geladener Endzustand)

Unter Anwendung dieser Minimalanforderungen wird die Zahl der Ereignisse bereits um mehr als eine Größenordnung verringert. Die Auswirkungen der einzelnen Selektionsschritte auf die Ereigniszahlen werden in Abschnitt 3.4 am Ende des Kapitels zusammengefasst.

3.3.2 Kinematische Anpassung

Bei der kinematischen Anpassung (engl. *fit*) werden die Messgrößen wie z.B. Energie oder Flugrichtung der Teilchen innerhalb ihrer Fehlergrenzen variiert, um diese in Einklang mit einer Anzahl an Nebenbedingungen (engl. *constraints*) zu bringen. Vier Bedingungen ergeben sich aufgrund der Exklusivität der gemessenen Ereignisse durch die Forderung nach der Energie- und Impulserhaltung. Desweiteren können Zerfallsketten mit bestimmten Zwischenzuständen gefordert werden. Letzteres kann durch die Berechnung der invarianten Masse eines n-Teilchen-Systems

$$m_n^2 = \left(\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i/c\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^{n} E_i/c^2\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i/c\right)^2 \tag{3.4}$$

realisiert werden, welche eine Erhaltungsgröße und ein Lorentzskalar ist. Zur Erfüllung der Annahme, dass beispielsweise zwei Photonen aus dem Zerfall eines π^0 stammen, muss die invariante Masse der Photonen nach (3.4) gerade der Ruhemasse des π^0 entsprechen. Die Forderung nach einem bestimmten Zerfallsbaum wird in diesem Zusammenhang als *Hypothese* bezeichnet. Durch die Anpassung der Messgrößen an die Hypothesen, kann einerseits die Datenqualität verbessert, andererseits der Untergrund erheblich reduziert werden. Letzteres betrifft insbesondere Ereignisse, die zwar den korrekten Endzustand ergeben und damit die Bedingungen der Vorselektion erfüllen, nicht aber aus den Zerfällen (3.1) stammen.

Methode der Anpassung

Im Folgenden wird kurz die von CBKFIT verwendete Methode der Anpassung beschrieben. Die n messbaren Größen (ausgedrückt durch den Vektor $\vec{\eta}$) seien durch m Nebenbedingungen abhängig von r unbekannten Parametern $\vec{x}$.

$$f_\lambda(\vec{x},\vec{\eta}) = f_\lambda(\vec{x},\vec{y}+\delta\vec{y}) = 0 \qquad \lambda = 1,2,...m \tag{3.5}$$

Die tatsächlich gemessenen Werte $\vec{y}$ besitzen dabei eine als normalverteilt angenommene Abweichung $\delta\vec{y}$ von den wahren Werten $\vec{\eta}$. Ziel der Anpassung ist es, die Abweichungen $\delta\vec{y}$ zu finden, die den χ^2-Wert

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \delta y_i (C_y^{-1})_{ij} \delta y_j \tag{3.6}$$

minimiert. Dabei ist C_y die zu den gemessenen Größen gehörige Kovarianzmatrix. Das Minimum wird durch Gleichsetzen von 3.6 mit Null gefunden, wobei die Nebenbedingungen mit der Methode der Lagrangen Multiplikatoren angekoppelt werden:

$$\frac{\partial\chi^2}{\partial\delta y_i} + \sum_j \alpha_j \frac{\partial f_j}{\partial\delta y_i} = 0 \qquad\qquad i = 1,...,k \tag{3.7}$$

Nach dem Lösen dieses Gleichungssystems kann der sich ergebene χ^2-Wert in eine Konfidenzniveauverteilung (engl. *confidence level, CL*)

$$CL(\chi^2) \equiv \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} z^{n/2-1} \mathrm{e}^{-z/2} \mathrm{d}z \tag{3.8}$$

mit der Anzahl an Freiheitsgraden n umgerechnet werden. Es gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass das Ereignis tatsächlich durch die Hypothese beschrieben wird. Die CL-Verteilung von Ereignissen, bei denen dies der Fall ist, sollte flach sein. Eine weitere relevante Größe ist der *Pull*

$$\Delta y_i \equiv \frac{\delta y_i}{\sqrt{\sigma_{y_i}^2 - \sigma_{y_i'}^2}} \tag{3.9}$$

Dabei sind $\sigma_{y_i}^2$ und $\sigma_{y_i'}^2$ die Diagonalelemente der Kovarianzmatrix vor und nach dem kinematischen Fit. Die Pullverteilung solle bei korrekten Fehlern der Größe y_i normalverteilt mit Breite 1 und Mittelwert 0 sein. Zu klein abgeschätzte Fehler resultieren in einer zu hohen Breite und umgekehrt. Ein abweichender Mittelwert weist dagegen auf einen systematischen Messfehler hin, etwa durch eine fehlerhafte Kalibrierung der Detektoren [Hei00], [Kur03].

Wird nur Energie- und Impulserhaltung gefordert, bezeichnet man dies als 4C-Fit (4 constraints). Zusätzliche Forderungen nach Zwischenzuständen führen zu weiteren Bedingungen, so dass 5C-, 6C-Fits usw. vorliegen. Bei neutralen Ereignissen ergibt sich der Annihilationsvertex nicht unmittelbar aus den Messgrößen, kann aber mit dem kinematischen Fit ermittelt werden. In diesem Fall fällt pro freier Koordinate des Vertex eine unabhängige Bedingungsgleichung weg. Im Allgemeinen ist die Anpassung umso stabiler, je mehr unabhängige Nebenbedingungen existieren. Daher wird der Annihilationsvertex bei neutralen Ereignissen oft in der Targetmitte fixiert.

Durchführung der Anpassung

In Tabelle 3.2 sind die bei dem kinematischen Fit verwendete Hypothesen für beide Zerfallskanäle aufgelistet. Hypothese 1, die Phasenraumhypothese, stellt lediglich Energie- und Impulserhaltung sicher. Da Hypothese 4 jeweils den vollständigen Zerfall enthält, ist die Verwendung der anderen redundant. Allerdings dienen diese als Gegenprobe, da nur Ereignisse akzeptiert werden, bei denen alle Hypothesen zur Konvergenz führen. In allen Fällen wird die z-Koordinate des Annihilationsvertex mitbeschrieben, da hier kein Nachteil im Konvergenzverhalten gegenüber dem Fit mit fixiertem Vertex festgestellt werden konnte. Da die realen Vertices über die Targetausdehnung verteilt sind, könnte dies aber zur Verbesserung der Datenqualität führen.

Nr.	$\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$	$\omega \to \pi^0\gamma$
1	$\pi^+\pi^-4\gamma$	5γ
2	$\pi^+\pi^-2\pi^0$	$\pi^0\pi^0\gamma$
3	$\omega\gamma\gamma$	$\omega\gamma\gamma$
4	$\omega\pi^0$	$\omega\pi^0$

Tabelle 3.2: **Für den kinematischen Fit verwendete Hypothesen beider Zerfallskanäle.** *Jedes neutrale Pion zerfällt außerdem in zwei Photonen.*

Zunächst nicht bekannt sind die absoluten Messfehler der kinematischen Größen y_i. Bei Letzteren handelt es sich im Falle von Photonen um den Polarwinkel θ, den Azimutwinkel ϕ und die Energie E, während die Spuren der geladenen Pionen durch die bereits erwähnten Größen α, Φ_0 und λ beschrieben werden[4]. Die Einstellung der Fehler erfolgt durch die Vorgabe von Skalierungsfaktoren. Um diese zu gewinnen, wurde für diese Arbeit ein Verfahren entwickelt, welches auf der iterativen

[4]Anstelle der Energie wird bei der kinematischen Anpassung jedoch die Größe $\sqrt{E}$ und anstelle von λ die Größe $\tan(\lambda)$ verwendet, da deren Verteilungen eher einer Gaußverteilung entsprechen.

Optimierung der Pullverteilung basiert. In jedem Schritt wird dabei der χ^2-Wert der Anpassung der Pullverteilung mit der optimalen Verteilung (gaußverteilt mit Breite 1) bestimmt und die Richtung im $(\theta, \phi, \sqrt{E})$- bzw. $(\alpha, \Psi_0, \tan(\lambda))$-Raum ermittelt, die zur stärksten Verringerung führt. Der Prozess ist abgeschlossen, wenn der χ^2-Wert bei gegebener Schrittgröße konvergiert.

In Abbildung 3.5 und 3.6 sind exemplarisch die so resultierenden Pullverteilungen und das Konfidenzniveau für den Strahlimpuls 900 MeV/c und beide ω-Zerfälle dargestellt. Die Verteilungen sind abhängig von der gewählten Hypothese. Sie wurden im Falle beider Zerfallskanäle auf Hypothese 2 optimiert, da der Wirkungsquerschnitt jeweils groß und der Untergrund gering ist. Die Vierervektoren aus diesen Hypothesen werden somit auch als Eingabedaten für die Partialwellenanalyse verwendet. Wie erkennbar ist, hat die iterative Einstellung der Skalierungsfaktoren gut funktioniert und oberhalb von CL≈0,3 zu einem nahezu flachen Konfidenzniveau geführt. Im Falle der geladenen Pionen fällt die systematisch zu hohe Breite auf, was auf als zu klein abgeschätzte Messfehler hindeutet. Bei geringeren Breiten ergab sich jedoch eine CL-Verteilung mit einer bei hohen Werten deutlich positiven Steigung. Da im Zweifelsfall besser Daten verworfen werden sollten, als die Zahl an Untergrundereignissen zu erhöhen, wurden die Fehler nicht vergrößert. Eine vollständige Liste der Breiten und Mittelwerte der Pullverteilungen findet sich in Anhang A.1.

Mit den so gewonnenen Fehlerskalierungen können nun die Ereignisse dem kinematischen Fit unterzogen werden. Dabei wird die gleichzeitige Konvergenz aller Hypothesen mit CL $> 0{,}05$ gefordert. Es stellte sich jedoch heraus, dass mit dem Fit nicht alle Untergrundereignisse aussortiert werden können. Daher waren diesbezüglich weitere Untersuchungen nötig.

3.3.3 Behandlung des Untergrundes

Die Identifizierung des Hauptuntergrundbeitrages gestaltet sich im Falle des Kanals $\omega \to \pi^0\gamma$ einfacher als bei $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$, da der $\pi^0\pi^0\gamma$-Zwischenzustand in einem Dalitz-Plot betrachtet werden kann. In Abbildung 3.7 sind die Dalitz-Plots für drei verschiedene Strahlimpulse dargestellt, wobei die Vierervektoren der beiden Mesonen und des Photons aus dem kinematischen Fit mit Hypothese 2 stammen. Neben den zwei deutlichen ω-Bändern sind weitere, sich abhängig vom Strahlimpuls ändernde Strukturen erkennbar. Es hat sich gezeigt, dass diese hauptsächlich durch die Reaktion

$$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \pi^0 f_2(1270)(\to \pi^0\pi^0) \to 6\gamma \tag{3.10}$$

entstehen, wobei eines der Photonen nicht detektiert wird. Das fehlende Photon sollte in den meisten Fällen niederenergetisch sein, da andernfalls aufgrund der im Rahmen der Fehler nicht erfüllten Impuls- und Energieerhaltung der kinematische Fit nicht konvergieren würde. Durch Schnitte sowie Anwendung der weiteren Hypothesen

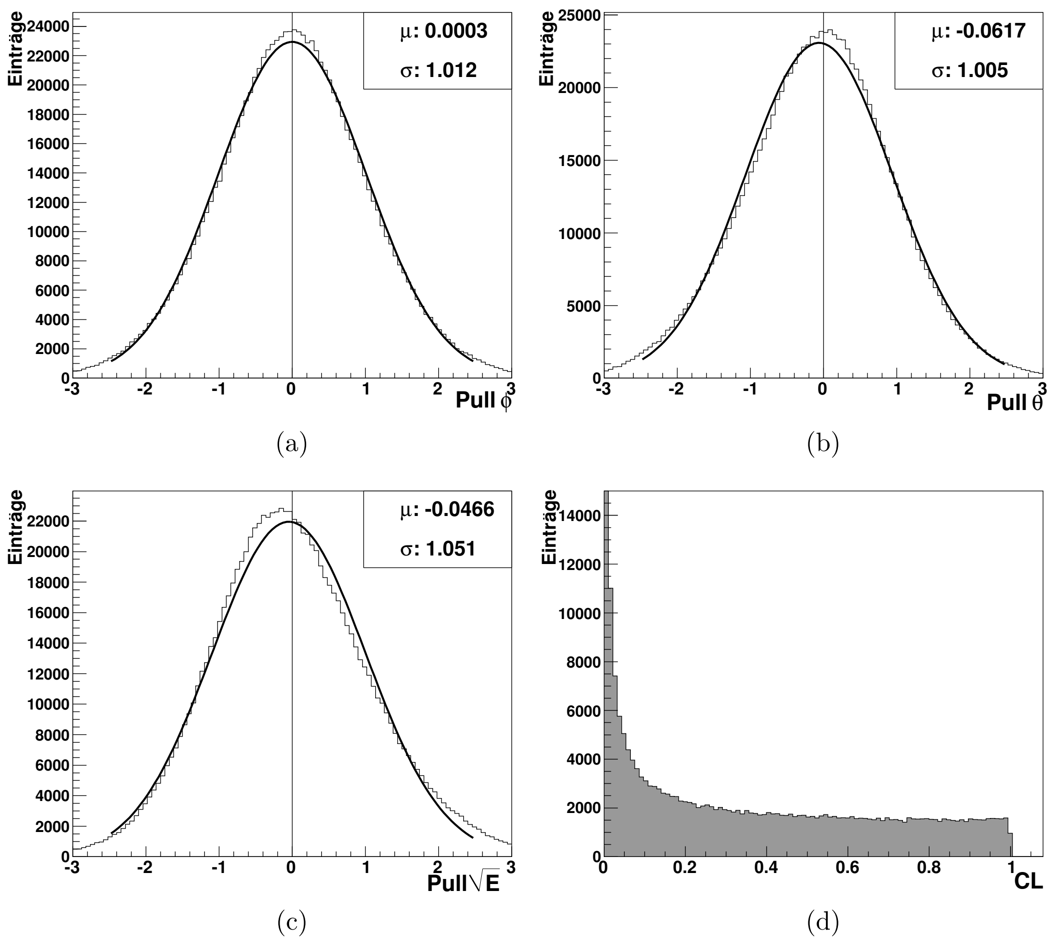


Abbildung 3.5: **Pullverteilungen (a)-(c) und Konfidenzniveau (d) für Photonen** *am Beispiel des Strahlimpulses* $p_{\overline{\mathrm{p}}}$*=900 MeV/c und der Reaktion* $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$*. Die Verteilungen sind optimiert auf die* $\pi^0\pi^0\gamma$*-Hypothese.*

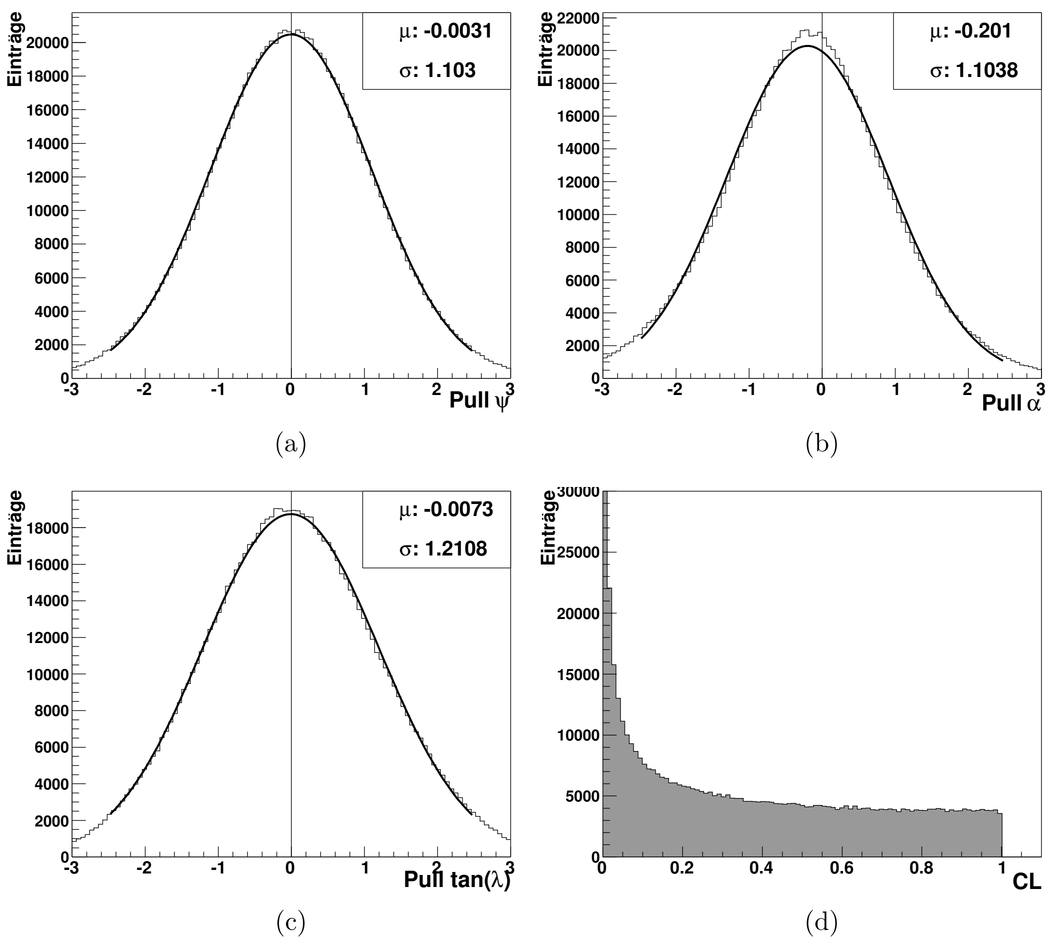


Abbildung 3.6: **Pullverteilungen (a)-(c) und Konfidenzniveau (d) für geladene Pionen** *in der Reaktion* $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ *am Beispiel des Strahlimpulses* $p_{\overline{p}}$*=900 MeV/c. Die Verteilungen sind optimiert auf die* $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$*-Hypothese.*

lassen sich natürlich die Ereignisse außerhalb der ω-Bänder aus dem Datensatz entfernen. Problematisch sind jedoch die Überschneidungen der f_2-Strukturen mit den ω-Bändern. Untergrundereignisse in diesem Bereich können durch die erwähnten Methoden nicht entfernt werden. Die inhomogene Verteilung auf das ω-Band stellt dabei ein besonderes Problem da: Die Position der Ereignisse entlang des Bandes ist korreliert mit der Zerfallswinkelverteilung des ω, welche wiederum direkt mit der Spin-Dichtematrix in Verbindung steht (siehe Abschnitt 4.2.3). Der beobachtete Untergrund kann damit zu einem systematischen, strahlimpulsabhängigen Fehler bei der Bestimmung der Spin-Dichtematrix führen.

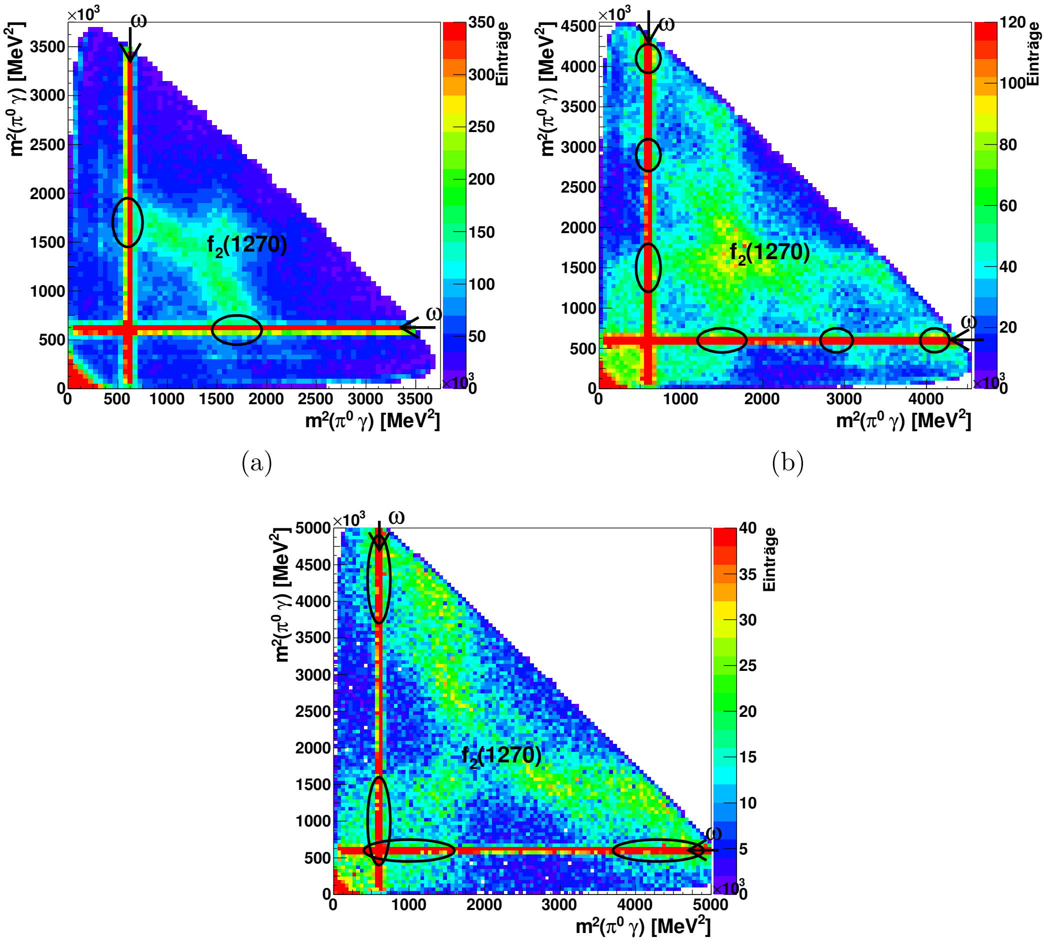
Zur weiteren Unterdrückung des Untergrundes sind mehrere Methoden denkbar: Mit dem kinematischen Fit könnten Gegenhypothesen angepasst und das resultierende Konfidenzniveau mit dem der Signalhypothesen verglichen werden. Im Falle des f_2-Untergrundes wäre dafür ein *Missing Photon Fit* nötig, welcher bei Untersuchungen mittels Monte Carlo-Ereignissen jedoch ein ungünstiges Konvergenzverhalten gezeigt hat: Im Vergleich zur Signalhypothese führte der Fit mit der Untergrundhypothese auch bei den entsprechenden Untergrundereignissen lediglich zu niedrigen Konfidenzniveaus, so dass eine effiziente Selektion des Untergrundes hiermit nicht möglich war. Alternativ könnte der Untergrund auch in die Partialwellenanalyse einbezogen werden, wozu allerdings in einem aufwändigen Prozess zunächst eine entsprechende Parametrisierung ermittelt werden müsste. In beiden erwähnten Fällen müssen zudem alle Untergrundbeiträge bekannt sein, wohingegen hier im Falle von $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ nicht einmal Informationen über den Hauptuntergrund vorliegen. Bei der vielfach angewendeten *Seitenbandsubtraktion* muss der Ursprung des Untergrundes nicht bekannt sein, allerdings ist diese nur eingeschränkt einsetzbar, wenn sich die Kinematik von Signal und Untergrund unterscheiden. Darüber hinaus wird diese Methode der Mehrdimensionalität des Problems höchstwahrscheinlich nicht gerecht. Aufgrund dieser nicht optimalen Auswahl wird hier eine neuartige Strategie zur Untergrunderkennung angewendet.

Methode der Untergrunderkennung

Die im Folgenden vorgestellte Methode zur Untergrunderkennung stellt eine Verallgemeinerung der Seitenbandsubtraktion dar und wird ausführlich in [WBM09] beschrieben. Der erste Schritt besteht in der Definition einer Metrik für den n-dimensionalen Phasenraum, der durch die Parameter $\vec{\xi}$ aufgespannt wird:

$$d_{ij}^2 := \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{\xi_k^i - \xi_k^j}{r_k} \right]^2 \tag{3.11}$$

Dabei stellen die Normierungen $\vec{r}$ den maximalen Abstand der jeweiligen Koordinaten dar. Für den Zerfall $\omega \to \pi^0\gamma$ besteht eine Wahl aus dem polaren Produktionswinkel sowie dem polaren und azimutalen Zerfallswinkel: $\vec{\xi} = (\theta_{\omega,p}, \theta_{\omega,d}, \phi_{\omega,d})$ mit



(a) (b) (c)

Abbildung 3.7: **Dalitz-Plots des $\pi^0\pi^0\gamma$-Zwischenzustandes** *im Kanal* $\bar{p}p \rightarrow \omega(\rightarrow \pi^0\gamma)\pi^0$ *bei* $p_{\bar{p}} = 900\,MeV/c$ *(a),* $p_{\bar{p}} = 1525\,MeV/c$ *(b) und* $p_{\bar{p}} = 1940\,MeV/c$ *(c). An den eingekreisten Stellen interferieren durch das* $f_2(1270)$ *verursachte Strukturen mit den Bändern des* ω*-Mesons.*

$\vec{r} = (\pi, \pi, \pi)$. Tatsächlich wird der Phasenraum durch mehr Parameter beschrieben, allerdings tragen nur diese drei zur Beschreibung der Amplitude bei. Für den Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ ist der weitere Parameter λ nötig, zu dem die Amplitude proportional ist [W+93]:

$$\lambda = |\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}|^2 \qquad \text{mit} \qquad r_\lambda = \lambda_{max} = Q^2\left(\frac{Q^2}{108} + \frac{mQ}{9} + \frac{m^2}{3}\right) \atop Q = T_{\pi^+} + T_{\pi^-} + T_{\pi^0}. \tag{3.12}$$

Mittels Definition 3.11 wird für jedes Ereignis mit der Kinematik $\vec{\xi_0}$ und der Masse $m_{\omega,0}$ eine Liste der N_c nächsten Nachbarn im Phasenraum ermittelt (hier: $N_c = 200$) und die invarianten ω-Massen histogrammiert. Da die N_c Ereignisse nur einen kleinen Bereich um $\vec{\xi_0}$ einnehmen, können Signal- und Untergrundanteil des resultierenden Spektrums folgendermaßen approximiert werden:

$$S(m_i, \vec{\xi_i}) = F(\vec{\xi_0})V(m_i, \mu, \sigma, \Gamma) \approx A \cdot V(m_i, \mu, \sigma, \Gamma) \tag{3.13}$$

$$B(m_i, \vec{\xi_i}) = B(m_i, \vec{\xi_0}) \approx a \cdot m_i + b \tag{3.14}$$

Für das Signal wird dabei die *Voigt*-Funktion verwendet, welche die Faltung aus Gaußfunktion (für die Detektorauflösung) und nichtrelativistischer Breit-Wigner-Verteilung (für die natürliche Breite des ω) darstellt:

$$V(m, \mu, \sigma, \Gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\Re\left[w\left(\frac{1}{2\sqrt{\sigma}}(m - \mu) + i\frac{\Gamma}{2\sqrt{2}\sigma}\right)\right], \tag{3.15}$$

mit der komplexen Fehlerfunktion w. Dabei bleibt der Mittelwert und die natürliche Breite des ω-Mesons auf die PDG-Werte fixiert. Die Spektren werden nun mit der Summe aus 3.13 und 3.14 unter Verwendung der Maximum-Likelihood-Methode (siehe hierzu Abschnitt 4.1.4) angepasst. An der Stelle der Masse m_k des selektierten Ereignisses ergibt sich aus Anteil von Signal s_k und Untergrund b_k der Q-Faktor

$$Q_k = \frac{s_k}{s_k + b_k}, \tag{3.16}$$

welcher als Wahrscheinlichkeit interpretiert wird, dass es sich um ein Signalereignis handelt. Entsprechend ergibt (1-Q_k) die Wahrscheinlichkeit für ein Untergrundereignis. In Abbildung 3.8 ist das Ergebnis der Anpassung für ein einzelnes Ereignis exemplarisch dargestellt.

Resultate

Abbildung 3.9 zeigt die Gewichtung der Datenereignisse mit den ermittelten Q-Faktoren. Der Untergrund in den invarianten Massenspektren des ω wird sehr gut

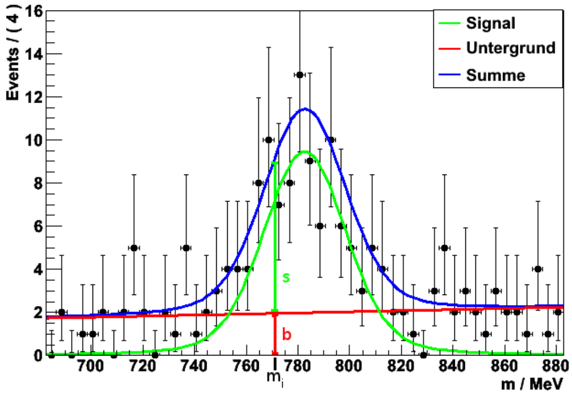
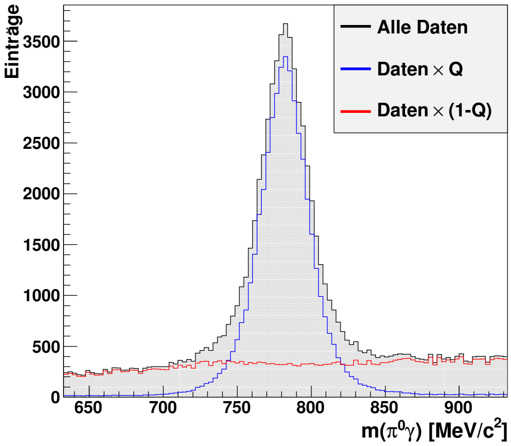


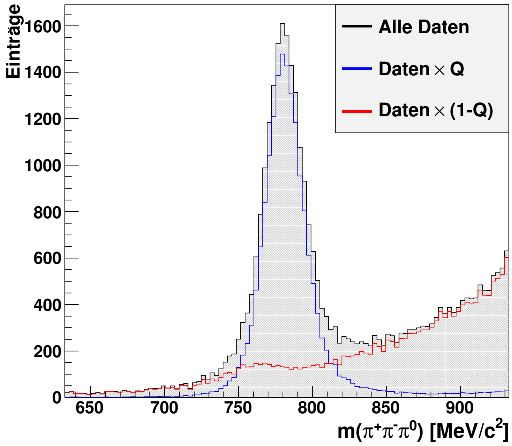
Abbildung 3.8: **Anpassung des invarianten ω-Massenspektrums zur Berechnung eines Ereignisgewichtes.** *Eingetragen werden die 200 nächsten Nachbarn des Ereignisses im Phasenraum. An der Stelle m_i berechnet sich das Ereignisgewicht mit $Q = s/(s + b)$.*

beschrieben. Lediglich bei großes Massen im geladenen Kanal scheint ein geringer Untergrundanteil übrig zu bleiben. Bei den λ-Verteilung wird der durch den Untergrund verursachte Offset bei $\lambda = 0$ fast vollständig beschrieben, so dass die proportionale Abhängigkeit der Amplitude wiederhergestellt ist. Diese guten Ergebnisse rechtfertigen die Anwendung der Gewichtungsmethode auf alle verwendeten Datensätze.

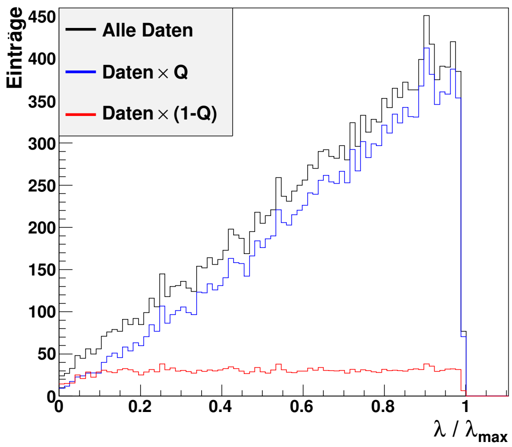
Weitere Untersuchungen wurden mit Monte Carlo-generierten Ereignissen des neutralen Kanals durchgeführt. Hierfür wurde ein Gemisch aus Signal- und $f_2(1270)$-Ereignissen hergestellt, analysiert und das Resultat der Gewichtung mit dem tatsächlichen Untergrund verglichen. In Abbildung 3.10(a) ist der Untergrundanteil des Gemisches zu sehen, welcher nach allen Schnitten und dem kinematischen Fit im Datensatz verbleibt. Im Vergleich dazu wurden in Abbildung 3.10(b) alle Daten mit (1-Q) gewichtet. Es ist deutlich, dass der Untergrund sowohl in der Verteilung als auch quantitativ sehr gut erkannt werden konnte. Abbildung 3.11 zeigt darüber hinaus die Zerfallswinkelverteilung des ω, deren Abhängigkeit von der Position der invarianten Masse auf dem ω-Band anhand der vom Untergrund verursachten Peaks hier sehr deutlich wird. Durch die Gewichtung mit Q wird die Winkelverteilung der Signaldaten dagegen hervorragend wiederhergestellt und die potentielle Gefahr eines systematischen Fehlers bei der Bestimmung der Spin-Dichtematrix erheblich reduziert.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 3.9: **Untergrunderkennung angewendet auf Datenereignisse.**
(a): invariante $\pi^0\gamma$-Masse im ungeladenen Endzustand
(b): invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse im geladenen Endzustand
(c): $\lambda = |\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}|^2$.

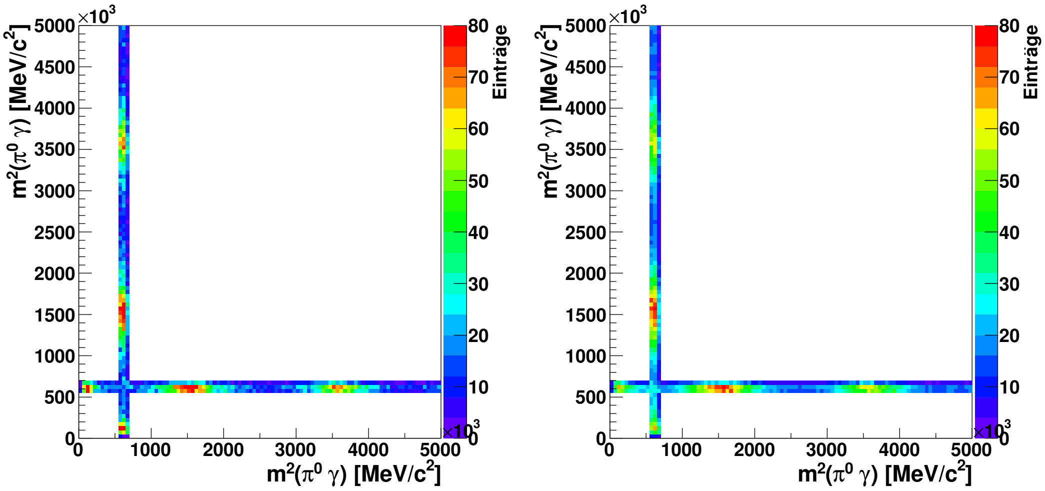


Abbildung 3.10: **Untersuchung der Untergrunderkennung anhand eines MC-generierten Signal-Untergrund-Gemisches.** *(a): Tatsächlicher Untergrund nach allen Schnitten und dem kinematischen Fit. (b): Gewichtung des gesamten Gemisches mit (1-Q).*

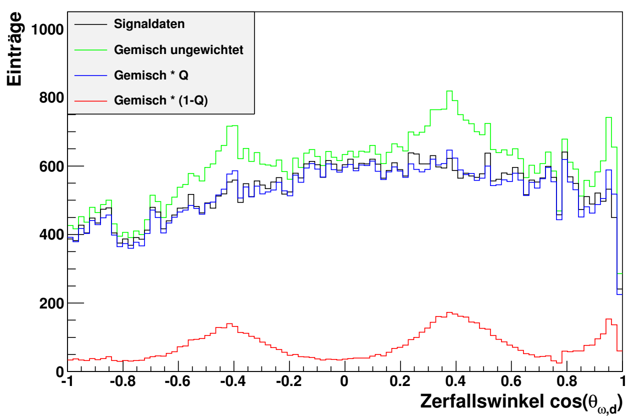


Abbildung 3.11: **Zerfallswinkelverteilung des MC-generierten Signal-Untergrund-Gemisches.** *Die vom Untergrund verursachten Peaks können durch die Gewichtung der Ereignisse mit Q vollständig entfernt werden.*

3.4 Zusammenfassung der selektierten Ereignisse

In Tabelle 3.3 und 3.4 sind die in diesem Kapitel behandelten Selektionsschritte und die resultierenden Ereigniszahlen zusammengefasst. Für den Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ sind aufgrund der Statistik vor allem die Strahlimpulse 900 MeV/c und 1940 MeV/c interessant. Die Ereigniszahl ist für den Zerfall $\omega \to \pi^0\gamma$ in den meisten Fällen deutlich höher, lediglich die Daten des Strahlimpulses 600 MeV/c stellen sich aufgrund der geringen Statistik als schwer analysierbar heraus.

Die in der letzten Zeile angegebene Summe der Ereignisgewichte gibt zudem Aufschluss über den nach der kinematischen Anpassung noch vorhandenen Untergrund. Bei $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ liegt dieser strahlimpulsabhängig zwischen 12 % und 16 %, bei $\omega \to \pi^0\gamma$ zwischen 14,6 % und 22,7 %, wobei der höchste Anteil jeweils bei $p_{\overline{p}} = 1940$ MeV vorliegt.

$p_{\overline{p}}$ $[MeV/c]$		900	1525	1642	1940
Eingelesene Ereignisse		14007426	17721232	8799784	52062356
2 geladene Spuren		9573216	3277825	5775833	30725767
$\pi^+\pi^-$-Ereignisse		8203969	2536003	4624292	23462382
4γ-Endzustand		1829117	531493	969599	4727615
Impuls- u. Energiefenster		1441825	300547	557295	2479817
z-Vertex im Target		1423638	297611	553438	2465830
Hypothese des kin. Fits					
$\pi^+\pi^-4\gamma$		632863	124015	248386	1158402
$\pi^+\pi^-2\pi^0$		458113	79134	157371	682660
$\omega\gamma\gamma$		28041	3848	6849	22604
$\omega\pi^0$		24820	3448	6128	19887
Alle Hyp. mit CL>0.05		16468	2656	4822	14553
$\sum Q$	(Signalereignisse)	14198	2336	4186	12233
$\sum(1-Q)$	(Untergr.-Ereignisse)	2270	320	636	2320

Tabelle 3.3: **Zusammenfassung der Selektionsschritte für den Zerfall $\boldsymbol{\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0}$.**

$p_{\bar{p}}$ $[MeV/c]$		600	900	1050	1350	1525	1642	1800	1940
Eingelesene Ereignisse		947181	8504470	6002591	8897234	8332209	3322947	5104545	52062356
0 geladene Spuren		601166	8233113	4941216	7510641	7606167	3183796	4616531	6708604
Impuls- u. Energiefenster		393433	6463160	4151319	5837083	5201982	2398873	4037421	3453275
5γ-Endzustand		37426	575989	431585	484357	465885	203196	325342	276533
z-Vertex im Target		37266	572941	429649	481475	462887	201831	322956	275207
Hypothese des kin. Fits									
5γ		8374	255338	263743	233193	209613	88670	155519	112901
$\pi^0\pi^0\gamma$		6246	195091	205962	183708	162621	68491	117298	85772
$\omega\gamma\gamma$		4413	134157	134803	120072	102268	42549	74533	49024
$\omega\pi^0$		2229	66482	66264	55889	49624	20635	34002	22079
Alle Hyp. mit CL>0.05		1428	43945	44036	36135	31534	13147	20649	12448
$\sum Q$	(Signalereignisse)	1169	37518	37333	29299	25820	10725	16629	9677
$\sum(1-Q)$	(Untergr.-Ereignisse)	259	6427	6703	6836	5714	2422	4020	2771

Tabelle 3.4: **Zusammenfassung der Selektionsschritte für den Zerfall $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$.**

Kapitel 4

Formalismus

In diesem Kapitel wird der zum Verständnis der Partialwellenanalyse nötige Formalismus und theoretische Hintergrund vorgestellt. Den Anfang bildet die Einführung des Helizitätsformalismus, mit dem anschließend die Helizitätsamplitude der Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \omega\pi^0$ beschrieben wird. Hierauf folgt eine Beschreibung der technischen Realisierung des PWA-Fits mit der Maximum-Likelihood-Methode. Im zweiten Teil des Kapitels wird das Konzept der Spin-Dichtematrix des ω-Mesons behandelt. Dies beinhaltet die Bedeutung, die Darstellungsformen sowie Möglichkeiten zur Bestimmung dieser Matrix.

4.1 Partialwellenanalyse

4.1.1 Helizitätsformalismus

Der Helizitätsformalismus ist in den meisten Fällen die bevorzugte Methode zur Ermittlung der Winkelverteilungen in relativistischen Streu- und Zerfallsprozessen. Die Berechnung von Amplituden und Entwicklung in Partialwellen ist hiermit im Allgemeinen einfacher als etwa mit dem aus der nichtrelativistischen Quantenmechanik bekannten Spin-Bahn-Formalismus. Außerdem ist die einheitliche Behandlung von massebehafteten und masselosen Teilchen möglich. Eine ausführlichere Darstellung des Helizitätsformalismus findet sich z.B. in [Ric84], [Lea01].

Rotation von Drehimpulszuständen

Sieht ein Beobachter O in einem Bezugssystem S ein in Ruhe befindliches Teilchen mit Gesamtdrehimpuls J und der z-Komponente m, so weist er diesem den Zustand $|\mathrm{jm}\rangle$ zu. Ein zweiter Beobachter O^r mit dem Bezugssystem S^r, welches zu S durch die Rotation r gedreht ist, wird dem Teilchen aufgrund der unterschiedlichen Quantisierungsachse einen anderen Zustand $|\mathrm{jm}\rangle_{S^r}$ zuweisen. Der Zusammenhang der Zustände wird formal durch die Anwendung eines Rotationsoperators $\mathcal{R}(r)$ beschrieben, welcher eine Repräsentation durch die sogenannten Wigner-D-Matrizen $\mathcal{D}^j_{m'm}$ der Dimension $2j{+}1$ besitzt:

$$|jm\rangle_{S^r} = \mathcal{R}(r^{-1})|jm\rangle = \sum_{m=-j}^{j} \mathcal{D}^j_{m'm}(r^{-1})|jm'\rangle \tag{4.1}$$

Mit den D-Matrizen

$$\mathcal{D}^j_{m'm}(r) = \langle jm'|\mathcal{R}(r)|jm\rangle \tag{4.2}$$

kann der rotierte Zustand also als Linearkombination der ursprünglichen Basisvektoren dargestellt werden. Üblicherweise wird eine Rotation durch die Angabe der drei Eulerwinkel α, β, γ festgelegt. Es kann gezeigt werden, dass

$$\mathcal{R}(\alpha, \beta, \gamma) = \mathrm{e}^{-i\alpha J_z}\mathrm{e}^{-i\beta J_y}\mathrm{e}^{-i\gamma J_z}. \tag{4.3}$$

gilt. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^j_{m'm}(\alpha, \beta, \gamma) &= \langle jm'|\mathrm{e}^{-i\alpha J_z}\mathrm{e}^{-i\beta J_y}\mathrm{e}^{-i\gamma J_z}|jm\rangle &(4.4)\\ &= \mathrm{e}^{-i\alpha m'} d^j_{m'm}(\beta)\mathrm{e}^{-i\gamma m} &(4.5)\\ \text{mit} \qquad d^j_{m'm}(\beta) &= \langle jm'|\mathrm{e}^{-i\beta J_y}|jm\rangle. &(4.6) \end{aligned}$$

Die explizite Form der Wigner-(klein-)d-Matrizen $d^j_{m'm}$ kann z.B. in [Nak10] nachgeschlagen werden.

Helizitätszustände

Es stellt sich die Frage, wie der Spinzustand eines Teilchens A, das sich aus Sicht eines Beobachters O nun mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ und dem Impuls $\vec{p}$ bewegt, am sinnvollsten beschrieben werden kann. Dabei wird zunächst angenommen, dass das Teilchen die Masse $m > 0$ und damit ein Ruhesystem besitzt. Bezüglich der Orientierung der Koordinatenachsen stellen die folgenden beiden Systeme eine in der Literatur übliche Wahl dar und sind in Abbildung 4.1 veranschaulicht:

- Das kanonische System. Das Ruhesystem S_A ergibt sich aus dem System S des Beobachters durch einen Lorentzboost $l(\vec{v})$:

  $$S \to S_A = l(\vec{v})S = \left[r^{-1}(\vec{v})\right]'' l_{z'}(v)r(\vec{v})S \tag{4.7}$$

  Dies entspricht einer Drehung in Richtung $\vec{v}$, einem Boost entlang der neuen z-Achse um die Geschwindigkeit $v = |\vec{v}|$ und einer Rückdrehung in die ursprüngliche Richtung. Die Koordinatenachsen der Systeme S und S_A weisen darauf jeweils in die gleiche Richtung.

- Das Helizitätssystem. Hierbei entfällt die letzte Drehung:

$$S \to S_A = l_{z'}(v)r(\vec{v})S := h(\vec{p})S \tag{4.8}$$

Die z-Achse des Ruhesystems ist darauf in Flugrichtung des Teilchens und die y-Achse in Richtung $\vec{z}_S \times \vec{p}$ orientiert.[1]

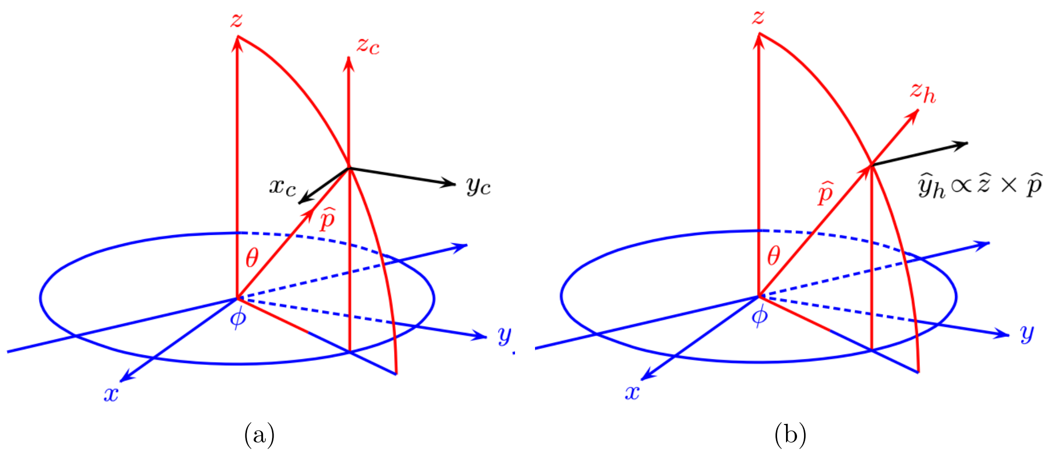


Abbildung 4.1: **Orientierung der Ruhesysteme eines Teilchens in der kanonischen (a) und Helizitäts-Beschreibung (b). [Chu08]**

Im Folgenden wird ausschließlich das Helizitätssystem verwendet, in dem nun der Spinzustand durch $|\mathring{\mathrm{p}}; s, s_z = \lambda\rangle$ mit $\mathring{\mathrm{p}} = (mc,0,0,0)$ gegeben sei. Die Transformation des Zustandes in das System S geschieht durch die Anwendung eines mit $h(\vec{p})$ assoziierten Operators U:

$$|\vec{p}; \lambda\rangle = |\mathring{\mathrm{p}}; s, s_z = \lambda\rangle_S = U[h(\vec{p})]|\mathring{\mathrm{p}}; s, s_z = \lambda\rangle \tag{4.9}$$

Dieser *Helizitätszustand* $|\vec{p}; \lambda\rangle$ ist Eigenzustand des *Helizitätsoperators* $\hat{\vec{S}} \cdot \hat{\vec{P}}/|\hat{\vec{P}}|$, d.h.

$$\frac{\hat{\vec{S}} \cdot \hat{\vec{P}}}{|\hat{\vec{P}}|}|\vec{p}; \lambda\rangle = \lambda|\vec{p}; \lambda\rangle. \tag{4.10}$$

Daraus folgt die physikalische Bedeutung der Helizität λ als die Projektion des Gesamtspins auf die Richtung des linearen Impulses. Gleichung 4.10 hat keinen Bezug mehr auf Teilchenmasse oder ein Ruhesystem. Wird diese als Definition für

[1]Bei der Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \omega\pi^0$ entspricht die z-Achse des Schwerpunktsystems der Strahlachse. Somit zeigt die y-Achse des Helizitätssystems des ω-Mesons in Richtung der sog. Produktionsebene, welche gerade durch die Oberflächennormale $\vec{p}_{\bar{\mathrm{p}}} \times \vec{p}_\omega$ definiert ist.

Helizitätszustände verwendet, ist somit eine einheitliche Beschreibung von masselosen und massebehafteten Teilchen möglich.

Der nächste Schritt besteht in der Konstruktion von Zweiteilchenzuständen, welche sich aus dem direkten Produkt der Einzelzustände ergeben:

$$|\vec{p}_1, \lambda_1\rangle \otimes |\vec{p}_2, \lambda_2\rangle = |\vec{p}_1, \lambda_1; \vec{p}_2, \lambda_2\rangle = |p, \theta, \phi, \lambda_1, \lambda_2\rangle \tag{4.11}$$

Dabei wurde ausgenutzt, dass sich die Kinematik im Schwerpunktsystem durch $p = |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$ sowie die Winkel θ, ϕ von $\vec{p}_1$ ausdrücken lässt. Um die Drehimpulserhaltung in die Berechnung der Übergangsmatrix einzubeziehen, muss der Zustand in der neuen Basis $|p, J, M, \lambda_1, \lambda_2\rangle$ ausgedrückt werden. Hierfür wird zunächst der einfache Fall $\theta = \phi = 0$ betrachtet. Wegen $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ hat der Bahndrehimpuls keine Komponente entlang $\vec{p}$ und der Zustand $|p,0,0, \lambda_1, \lambda_2\rangle$ ist Eigenzustand von J_z mit Eigenwert $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = M$. Die Entwicklung lautet daher

$$|p,0,0, \lambda_1, \lambda_2\rangle = \sum_{JM} c_{JM} |p, J, M, \lambda_1, \lambda_2\rangle \tag{4.12}$$

$$= \sum_{J} c_{J\lambda} |p, J, \lambda, \lambda_1, \lambda_2\rangle \tag{4.13}$$

mit der Normierungskonstanten $c_{J\lambda} = \sqrt{(2J+1)/4\pi}$. Der allgemeine Zustand (4.11) ergibt sich dann durch Rotation, d.h. Anwendung von (4.1) zu

$$|p, \theta, \phi, \lambda_1, \lambda_2\rangle = \sum_{JM} \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \mathcal{D}^J_{M\lambda} |p, J, M, \lambda_1, \lambda_2\rangle. \tag{4.14}$$

Übergangsamplituden

Es wird nun der Prozess $a + b \to c + d$ im Schwerpunktsystem mit den zu den Teilchen gehörigen Helizitäten $\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c, \lambda_d$ betrachtet. Die Amplitude für den Übergang des Zustandes $|i\rangle$ in $|f\rangle$ ist

$$T_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d} := \langle f|T|i\rangle = (2\pi)^2 \cdot 4 \sqrt{\frac{s}{p_i p_f}} \langle \theta_f, \phi_f, \lambda_c, \lambda_d|T|0,0, \lambda_a, \lambda_b\rangle \tag{4.15}$$

Unter Ausnutzung der Erhaltung des Drehimpulses können mit Gleichung 4.14 vollständige Sätze der Zustände $|JM\lambda_c\lambda_d\rangle$ eingefügt werden und so eine Entwicklung der Amplitude in Partialwellen mit definierten Quantenzahlen J stattfinden:

$$T_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d} = 4\pi \sqrt{\frac{s}{p_i p_f}} \sum_J (2J+1) \mathcal{D}^{*J}_{\lambda_i \lambda_f}(\Omega_f) \langle \lambda_c, \lambda_d|T^J|\lambda_a, \lambda_b\rangle \tag{4.16}$$

mit $\lambda_i = \lambda_a - \lambda_b$ und $\lambda_f = \lambda_c - \lambda_d$ sowie den Zerfallswinkeln Ω_f. Für den Zweikörperzerfall $a \to b + c$ erhält man auf ähnliche Weise

$$A_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_c} = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \mathcal{D}^{*J}_{\lambda_a \lambda_f}(\Omega_f) A_{\lambda_b \lambda_c} \tag{4.17}$$

mit $\lambda_f = \lambda_b - \lambda_c$. Um die Paritätserhaltung, insbesondere die Erhaltung der C-Parität, einzubeziehen, ist eine anschließende Entwicklung in die LS-Basis üblich [Pet04]:

$$A_{\lambda_b,\lambda_c} = \sum_{L,S} \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \langle L, 0, S, \lambda_f | J, \lambda_f \rangle \langle s_b, \lambda_b, s_c, -\lambda_c | S, \lambda_f \rangle \cdot \alpha_{LS}. \tag{4.18}$$

4.1.2 Antiproton-Proton-Annihilation

Der Prozess der $\overline{\text{p}}$p-Annihilation in $\omega\pi^0$ mit dem als Beispiel gewählten Folgezerfall $\omega \to \pi^0\gamma$ ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Antiproton und Proton besitzen zunächst einen relativen Bahndrehimpuls L und koppeln zu einem Gesamtspin S, wobei zwischen dem Singulettzustand S=0 und dem Triplettzustand S=1 unterschieden wird. Hieraus bildet sich ein Zwischenzustand mit Gesamtdrehimpuls J sowie Parität P und C-Parität C, der anschließend in das $\omega\pi^0$-System mit den analogen Quantenzahlen ls zerfällt. Mit dem ω-Meson werden zudem die Produktionswinkel $\theta_{prod}, \phi_{prod}$ sowie die Zerfallswinkel θ_{dec}, ϕ_{dec} assoziiert, wobei ϕ_{prod} allerdings mangels ausgezeichneter Achse aufgrund der unpolarisierten Eingangsteilchen keine physikalische Bedeutung hat.

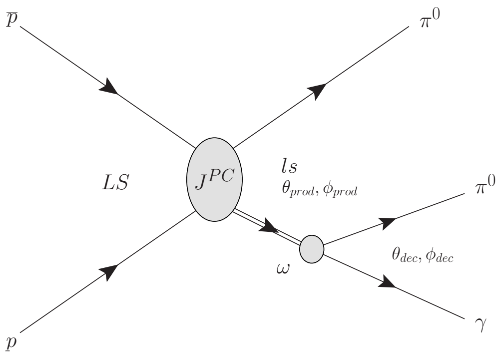


Abbildung 4.2: **Antiproton-Proton-Annihilation in $\boldsymbol{\omega\pi^0}$** *mit dem nachfolgenden Zerfall $\omega \to \pi^0\gamma$. Das $\overline{\text{p}}$p-System mit den Quantenzahlen LS bildet einen J^{PC}-Zwischenzustand, der in das $\omega\pi^0$-System mit den Quantenzahlen ls zerfällt.*

Für das Fermion-Antifermion-System ($\overline{\text{p}}$p) sind die Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{--}$, 0^{+-},1^{-+}, 2^{+-}, ... nicht möglich (siehe auch Gleichung 1.4). Weiterhin ist die C-Parität des $\omega\pi^0$-Systems zu $C = C(\omega) \cdot C(\pi^0) = -1$ gegeben. Da der Annihilationsprozess durch die starke Wechselwirkung vermittelt wird und diese die C-Parität erhält, ist auch C des J^{PC}-Zwischenzustandes festgelegt. Im $\pi^0\omega$-System gilt $s = s_\omega = 1$, während l einerseits durch Drehimpulserhaltung, andererseits durch Erhaltung der Parität $\mathrm{P}(\pi^0\omega) = \mathrm{P}_{\pi^0} \cdot \mathrm{P}_\omega \cdot (-1)^l = (-1)^l$ mit J^P verknüpft ist.

Die möglichen Kombinationen von Quantenzahlen, die sich durch diese Einschränkungen sowie die üblichen Regeln zur Drehimpulskopplung ergeben, sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Die bei dem beschriebenen Prozess auftretenden, maximalen Drehimpulse J_{max} bzw. L_{max} sind vom Strahlimpuls abhängig und zunächst unbekannt. Da die Resultate der PWA von der Auswahl an sich überlagernden Partialwellen mit definiertem J abhängen, müssen diese maximalen Drehimpulse empirisch ermittelt werden (Abschnitt 5.1).

J^{PC}	$\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}$			$\pi^0\omega$
	L	S	M	l (s=1)
gerade^{--}	J	1	± 1	J-1 oder J+1
ungerade^{--}	J-1	1	0, ± 1	J
	J+1	1	0, ± 1	
ungerade^{+-}	J	0	0	J-1 oder J+1

Tabelle 4.1: **Mögliche Quantenzahlen im Prozess $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p} \rightarrow \omega\pi^0$**

4.1.3 Amplitude der Reaktion $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p} \rightarrow \omega\pi^0$

Vergangene Arbeiten zur PWA von Antiproton-Proton-Annihilationen wie etwa [Beu95] setzten an dem Zerfall des J^{PC}-Zwischenzustandes an. In [Koc] wird jedoch gezeigt, dass diese Methode zu falschen Werten bei der Bestimmung der Spin-Dichtematrix führen kann und daher ein beim $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-System beginnender Ansatz ausgearbeitet, der insbesondere alle Phasen korrekt beschreibt. Die nötigen Schritte zur Berechnung der Helizitätsamplitude der Reaktion $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p} \rightarrow \omega\pi^0$ sollen hier am Beispiel des Folgezerfalles $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ zusammengefasst werden.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt des gesamten Prozesses ergibt sich neben einem Phasenraumfaktor aus dem Betragsquadrat der Amplitude, welche in ω-Produktionsamplitude und -Zerfallsamplitude aufgeteilt wird:[2]

$$WQ \propto \sum_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_p,\lambda_{\pi^0_r},\lambda_{\pi^0_d},\lambda_\gamma} \Big| \sum_{\lambda_\omega} T_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_p,\lambda_{\pi^0_r},\lambda_\omega}(\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p} \rightarrow \pi^0\omega) \cdot A_{\lambda_\omega,\lambda_{\pi^0_d},\lambda_\gamma}(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) \Big|^2 \qquad (4.19)$$

[2] π^0_r bezeichnet hier das Rückstoß-Pion, π^0_d das Pion aus dem Zerfall

Über die Helizität des ω-Zwischenzustandes wird dabei kohärent und über die Helizitäten der Anfangs- und Endzustandsteilchen inkohärent summiert. Mit Gleichungen 4.16 und 4.17 wird dieser Ausdruck in Partialwellen entwickelt:

$$|...|^2 = \frac{48\pi s}{p_{\overline{p}}p_\omega}|\sum_J(2J+1)\sum_{\lambda_\omega}\mathcal{D}^{*J}_{\lambda_{\overline{p}}-\lambda_p,\lambda_\omega}(\Omega_{\pi^0_r\omega})\times \\ \times\mathcal{D}^{*1}_{\lambda_\omega,\lambda_\gamma-\lambda_{\pi^0_d}}(\Omega_{\pi^0_d\gamma})\langle\lambda_\omega,0|T^J|\lambda_{\overline{p}},\lambda_p\rangle\times A^1_{\lambda_{\pi^0_d},\lambda_\gamma,}|^2 \quad (4.20)$$

Dabei gilt $J = J_{\overline{p}p} = J_{\pi^0_r\omega}$ und $J_{\pi^0_d\gamma} = J_\omega = 1$ sowie $\lambda_{\pi^0_r} = \lambda_{\pi^0_d} = 0$. Es ergibt sich, dass die Partialwellenamplitude des Zerfalls lediglich von der Helizität des Photons abhängt: $A^1_{\lambda_\gamma,\lambda_{\pi^0_d}} = const\cdot\lambda_\gamma$. Die Produktionsamplitude wird durch zweifache Anwendung von (4.18) in die LS-Basis entwickelt:

$$\langle\lambda_\omega{,}0|T^J|\lambda_{\overline{p}},\lambda_p\rangle = \sum_{L_{\overline{p}p},S_{\overline{p}p},L_{\omega\pi^0_r},S_{\omega\pi^0_r}(=1)}\sqrt{\frac{2L_{\overline{p}p}+1}{2J+1}}\sqrt{\frac{2L_{\omega\pi^0_r}+1}{2J+1}}\times \\ \times\langle L_{\omega\pi^0_r}{,}0{,}1,\lambda_\omega|J,\lambda_\omega\rangle\;\langle L_{\overline{p}p}{,}0,S_{\overline{p}p},\lambda_{\overline{p}}-\lambda_p|J,\lambda_{\overline{p}}-\lambda_p\rangle\times \\ \times\langle 1/2,\lambda_{\overline{p}}{,}1/2,-\lambda_p|S_{\overline{p}p},\lambda_{\overline{p}}-\lambda_p\rangle\langle^{2L_{\omega\pi^0_r}+1}L_{\omega\pi^0_r\,J}|T^J|^{2L_{\overline{p}p}+1}L_{\overline{p}p_J}\rangle \quad (4.21)$$

Aufgrund der Erhaltung von Parität und C-Parität

$$\begin{aligned} P_{\overline{p}p} &= (-1)^{L_{\overline{p}p+1}} = P_{\omega\pi^0_r} = (-1)^{L_{\omega\pi^0_r}} \\ C_{\overline{p}p} &= (-1)^{L_{\overline{p}p}+S_{\overline{p}p}} = c_{\omega\pi^0_r} = -1 \end{aligned} \quad (4.22)$$

reduziert sich die Anzahl der Summanden für ungerade J auf vier und für gerade J auf zwei. Durch geschicktes Umstellen kann dieser Ausdruck in eine inkohärente Summe über Singulett- und die drei Triplettzustände überführt werden. Nach Integration über ϕ_{prod} (nicht definiert bei Messungen mit unpolarisierten Teilchen), der Berechnung des Isospinfaktors sowie des Flusses und des Phasenraumes [Koc] ergibt sich der Wirkungsquerschnitt zu

$$\frac{\mathrm{d}^3\sigma}{\mathrm{d}\cos\Theta_{prod}\,\mathrm{d}\cos\Theta_{dec}\,\mathrm{d}\phi_{dec}} = 2\pi\cdot\frac{3p_\gamma}{1024\pi^3p^2_{\overline{p}}m^2_\omega\Gamma_\omega}\cdot w \quad (4.23)$$

mit dem Gewicht

$$w = \sum_{\lambda_\gamma}\Bigg[\\ 2\cdot\Bigg|\sum_J(2J+1)\sum_{\lambda_\omega}d^J_{0,\lambda_\omega}(\Theta_{\pi^0_r\omega})\mathcal{D}^{1*}_{\lambda_\omega,\lambda_\gamma-\lambda_{\pi^0_d}}(\Omega_{\pi^0_d\gamma})\sum_{L_{\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}},S_{\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}}=0}\sqrt{\frac{2L_{\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}}+1}{2J+1}}\langle L_{\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}}{,}0{,}0{,}0|J{,}0\rangle\times$$

[...]

$$
\begin{aligned}
&[...] \\
&\times \langle 1/2, 1/2, 1/2, -1/2|0,0\rangle \sum_{L_{\pi^0_r\omega}, S_{\pi^0_r\omega}=1} \sqrt{\frac{2L_{\pi^0_r\omega}+1}{2J+1}} \langle L_{\pi^0_r\omega}, 0, 1, \lambda_\omega | J, \lambda_\omega\rangle \times \\
&\times \hat{T}^{J^{PC}}_{L_{\bar{p}p},0,L_{\pi^0_r\omega},S_{\pi^0_r\omega}=1}\Bigg|^2 + \qquad (M=0, Singulett) \\
&+2\cdot \Bigg|\sum_J (2J+1)\sum_{\lambda_\omega} d^J_{0,\lambda_\omega}(\Theta_{\pi^0_r\omega})\mathcal{D}^{1*}_{\lambda_\omega,\lambda_\gamma-\lambda_{\pi^0_d}}(\Omega_{\pi^0_d\gamma}) \sum_{L_{\bar{p}p},S_{\bar{p}p}=1} \sqrt{\frac{2L_{\bar{p}p}+1}{2J+1}} \langle L_{\bar{p}p},0,1,0|J,0\rangle \times \\
&\times \langle 1/2, -1/2, 1/2, 1/2|1,0\rangle \sum_{L_{\pi^0_r\omega}, S_{\pi^0_r\omega}=1} \sqrt{\frac{2L_{\pi^0_r\omega}+1}{2J+1}} \langle L_{\pi^0_r\omega}, 0, 1, \lambda_\omega | J, \lambda_\omega\rangle \times \\
&\times \hat{T}^{J^{PC}}_{L_{\bar{p}p},1,L_{\pi^0_r\omega},S_{\pi^0_r\omega}=1}\Bigg|^2 + \qquad (M=0, Triplett) \\
&+2\cdot \Bigg|\sum_J (2J+1)\sum_{\lambda_\omega} d^J_{1,\lambda_\omega}(\Theta_{\pi^0_r\omega})\mathcal{D}^{1*}_{\lambda_\omega,\lambda_\gamma-\lambda_{\pi^0_d}}(\Omega_{\pi^0_d\gamma}) \sum_{L_{\bar{p}p},S_{\bar{p}p}=1} \sqrt{\frac{2L_{\bar{p}p}+1}{2J+1}} \langle L_{\bar{p}p},0,1,1|J,1\rangle \times \\
&\times \langle 1/2, 1/2, 1/2, 1/2|1,1\rangle \sum_{L_{\pi^0_r\omega}, S_{\pi^0_r\omega}=1} \sqrt{\frac{2L_{\pi^0_r\omega}+1}{2J+1}} \langle L_{\pi^0_r\omega}, 0, 1, \lambda_\omega | J, \lambda_\omega\rangle \times \\
&\times \hat{T}^{J^{PC}}_{L_{\bar{p}p},1,L_{\pi^0_r\omega},S_{\pi^0_r\omega}=1}\Bigg|^2 + \qquad (M=1, Triplett) \\
&+2\cdot \Bigg|\sum_J (2J+1)\sum_{\lambda_\omega} d^J_{-1,\lambda_\omega}(\Theta_{\pi^0_r\omega})\mathcal{D}^{1*}_{\lambda_\omega,\lambda_\gamma-\lambda_{\pi^0_d}}(\Omega_{\pi^0_d\gamma}) \sum_{L_{\bar{p}p},S_{\bar{p}p}=1} \sqrt{\frac{2L_{\bar{p}p}+1}{2J+1}} \langle L_{\bar{p}p},0,1,-1|J,-1\rangle \times \\
&\times \langle 1/2, -1/2, 1/2, -1/2|1,-1\rangle \sum_{L_{\pi^0_r\omega}, S_{\pi^0_r\omega}=1} \sqrt{\frac{2L_{\pi^0_r\omega}+1}{2J+1}} \langle L_{\pi^0_r\omega}, 0, 1, \lambda_\omega | J, \lambda_\omega\rangle \times \\
&\times \hat{T}^{J^{PC}}_{L_{\bar{p}p},1,L_{\pi^0_r\omega},S_{\pi^0_r\omega}=1}\Bigg|^2 \qquad (M=-1, Triplett) \Bigg],
\end{aligned}
\tag{4.25}
$$

(4.24)

wobei $\hat{T}$ jeweils das Produkt aus Produktions- und Zerfallsamplitude darstellt. Für den Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ wird λ_γ mit Null ersetzt und die inkohärente Summe über die entsprechende Helizität entfällt. Die Zerfallswinkel sind in diesem Fall durch die Richtung des Normalenvektors der Zerfallsebene definiert [Chu08].

Die Anzahl der komplexwertigen Amplituden $\hat{T}$ (und damit der Partialwellen mit den Quantenzahlen $J^{PC}LSls$) ist abhängig vom zugelassenen maximalen Bahndrehimpuls L_{max}. Jede Amplitude entspricht mit Betrag und Phase jeweils zwei freien Parametern. Da innerhalb der kohärenten Summen nur relative Phasen zählen, können abhängig von L_{max} jedoch eine oder zwei Phasen fixiert werden. Die Zahl der möglichen Partialwellen und freien Parameter ist in Tabelle 4.2 aufgeführt. Es sei allerdings angemerkt, dass nicht alle Wellen notwendigerweise einen nichtverschwindenden Beitrag zur Gesamtamplitude leisten (siehe Abschnitt 5.6).

L_{max}	1	2	3	4	5	6	7
$J^{PC}LSls$-Wellen	3	7	9	13	15	19	21
Parameter	4	12	16	24	28	36	40

Tabelle 4.2: **Zahl der Partialwellen und freien Parameter für verschiedene Werte des maximal beitragenden Bahndrehimpulses L_{max}.**

4.1.4 Anpassung

Mit Gleichungen 4.23 und 4.25 kann die Anpassung an die Daten stattfinden. Das Prinzip besteht dabei in der Variation der freien Parameter $\hat{T}^{J^{PC}}_{L_{\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}},1,L_{\pi^0_r\omega},S_{\pi^0_r\omega}=1}$ bis die Daten von der Hypothese möglichst gut beschrieben werden. Zur Lösung dieses Extremwertproblems sind zwei mit unterschiedlichen Vor- und Nachteilen behaftete Ansätze üblich: Bei der χ^2-Methode werden die Ereignisse in Zellen (engl. *Bins*) eingetragen und die Abstandsquadrate der Zelleinträge zur Modellfunktion berechnet und minimiert. Der resultierende χ^2-Wert erlaubt eine statistische Aussage über die Güte der Anpassung. Bei der Diskretisierung gehen allerdings die genauen Lageinformationen des Ereignisses innerhalb des Bins verloren. Zudem muss die Aufteilung gemäß der Anzahl an kinematischen Variablen in mehreren Dimensionen geschehen, so dass bei der begrenzten Datenmenge pro Bin nur noch wenige Einträge übrig bleiben. Für die hier durchgeführten Untersuchungen ist eine χ^2-Anpassung daher nicht praktikabel.

Stattdessen wird die *Maximum-Likelihood-Methode* verwendet, welche ohne Aufteilung in Bins und damit ereignisbasiert funktioniert. Die Modellfunktion wird dabei als Wahrscheinlichkeitsdichte interpretiert und die Wahrscheinlichkeiten aller Ereignisse zu einer Gesamtwahrscheinlichkeit aufmultipliziert. Die zu maximierende Likelihoodfunktion ist dafür folgendermaßen definiert:

$$\mathcal{L} = n_{data}! \prod_{i=1}^{n_{data}} \frac{w(\vec{\tau}_i, \vec{x})\epsilon(\vec{\tau}_i)}{\int w(\vec{\tau}, \vec{x})\epsilon(\vec{\tau})\mathrm{d}\vec{\tau}}. \tag{4.26}$$

Dabei stellen $\vec{\tau}$ die Phasenraumkoordinaten und $\vec{x}$ die freien Parameter dar. Die Funktion $\epsilon(\vec{\tau})$ beschreibt die Akzeptanz und Rekonstruktionseffizienz. Das Phasenraumintegral im Nenner dient der Normierung und wird mit Monte Carlo-Daten approximiert. Üblicherweise wird der Likelihood (4.26) logarithmiert um das Produkt in eine technisch einfacher zu handhabende Summe zu überführen. Zudem wird ein negatives Vorzeichen verwendet, so dass gängige Minimierungsalgorithmen benutzt werden können. Ein so resultierender Ausdruck für den negativen Log-Likelihood (NLL), welcher eine Akzeptanzkorrektur mit Monte Carlo-Daten einschließt, wird z.B. in [Hei00] hergeleitet. Hier ist lediglich noch eine Modifikation nötig, um die Ereignisgewichte Q zur Unterdrückung des Untergrundes mit einzubeziehen. Die zu minimierende Funktion ergibt sich zu

$$\begin{aligned} NLL &= -\ln \mathcal{L} \\ &= -\sum_{i=1}^{n_{data}} \ln w(\vec{\tau}_i, \vec{x}) \cdot Q_i + \left(\sum_{i=1}^{n_{data}} Q_i\right) \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^{n_{MC}} w(\vec{\tau}_j, \vec{x})}{n_{MC}}\right) + \\ &\qquad + \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N_{data}} Q_i\right) \cdot \left(\frac{\sum_{j=1}^{n_{MC}} w(\vec{\tau}_j, \vec{x})}{n_{MC}} - 1\right)^2 . \end{aligned} \tag{4.27}$$

Software

Die zur Partialwellenanalyse verwendete, in C++ geschriebene Software *PAWIAN*[3] wurde in Bochum für das $\overline{\text{P}}$ANDA-Experiment entwickelt. Sie ist objektorientiert und modular aufgebaut, um eine möglichst unkomplizierte Anpassung an einen spezifischen physikalischen Prozess zu ermöglichen. Bei der Minimierung kommen die beiden Softwarebibliotheken *Minuit2*[4] und *Geneva*[5] zum Einsatz. Minuit2 basiert auf einem numerischen Gradientenabstiegsverfahren und erlaubt eine schnelle und parallelisierbare Minimierung mit hoher Präzision. Insbesondere bei einer komplizierten Modellfunktion mit einer hohen Anzahl an freien Parametern wird hierbei allerdings nicht immer das globale Minimum gefunden. Aus diesem Grund wird zunächst das auf evolutionären Algorithmen basierende Programm Geneva verwendet. Dieses startet parallel eine große Zahl von Minimierungen mit unterschiedlichen Startparametern, um so den Bereich des globalen Minimums zu ermitteln. Da Letzteres in der Regel dabei nicht exakt getroffen wird, erfolgt im Anschluss die Übergabe der Parameter an Minuit2. Die Datenausgabe erfolgt im Format des Datenanalyse-Frameworks *ROOT*[6]. Weitere verwendete Softwarepakete sind das für die Berechnungen der Wigner-D-Funktionen und Clebsch-Gordan-Koeffizienten zuständige *qft++*[7] und die C++-Bibliothekensammlung *Boost*[8].

[3]**PA**rtial **W**ave **I**nteractive **AN**alysis software
http://panda-wiki.gsi.de/cgi-bin/view/PWA/PwaSoftwareDoc
[4]http://seal.web.cern.ch/seal/MathLibs/Minuit2/html/
[5]https://launchpad.net/geneva
[6]http://root.cern.ch
[7]http://www-meg.phys.cmu.edu/qft++/
[8]http://www.boost.org

4.2 Spin-Dichtematrix

4.2.1 Reine und gemischte Zustände

Angenommen ein Strahl von Teilchen mit Spin s wird – etwa mit einem Stern-Gerlach-Filter – so präpariert, dass der Spin bezüglich einer bestimmten Basis bei allen Teilchen gleich ausgerichtet ist. Wird die Spinausrichtung anschließend in einem Experiment bezüglich einer verdrehten Basis gemessen, so werden sich die Teilchen danach in einer nur statistisch beschreibbaren Weise in Eigenzuständen der neuen Basis befinden. Der Zustand des Strahls wird hier dann mit dem gemeinsamen Zustandsvektor

$$|\psi\rangle = \sum_{m=-s}^{s} c_m |sm\rangle \tag{4.28}$$

als Linearkombination von Basiszuständen formuliert.[9] Zustände, die sich wie (4.28) ausdrücken lassen, enthalten das Maximum an Informationen über das System und werden als *reine Zustände* bezeichnet[Fan57]. Diese zeichnet aus, dass sich ein Experiment finden lässt, dass bei Teilchen in diesem Zustand mit Sicherheit zu einem vorhersagbaren Ergebnis führt (in diesem Beispiel wenn die Basis des Experimentes identisch mit der Basis der Präparation ist). Der Erwartungswert eines beliebigen Operators $\hat{O}$ mit dem Matrixelementen $O_{mm'} = \langle sm|\hat{O}|sm'\rangle$ ist dann gegeben durch

$$\langle \hat{O} \rangle \equiv \langle \psi|\hat{O}|\psi\rangle = \sum_{m,m'} c^*_{m'} O_{m'm} c_m. \tag{4.29}$$

Reine Zustände sind allerdings nicht die allgemeinsten Zustände. Wird etwa ein Ensemble von Teilchen durch zwei unabhängig (d.h. ohne definierte Phasenrelation) präparierte Strahlen in unterschiedlichen reinen Zuständen gebildet, lässt sich der Zustand des resultierenden Strahles nicht mehr durch einen Zustandsvektor ausdrücken. Das ist eine Konsequenz der Tatsache, dass nun eine klassische Wahrscheinlichkeit $p^{(i)}$ darüber entscheidet, aus welchem Teilstrahl ein gemessenes Teilchen stammt. Zur Beschreibung solcher *gemischten Zustände* wurde 1927 von *Neumann* das Konzept der Dichtematrix eingeführt. Bei einer inkohärenten Mischung der reinen Zustände $\psi^{(i)}$ ergibt sich der Erwartungswert mit (4.29) zu

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_i p^{(i)} \langle \hat{O} \rangle_{\psi^{(i)}} = \sum_{m,m'} O_{m'm} \sum_i p^{(i)} c^{(i)}_m c^{(i)*}_{m'}. \tag{4.30}$$

Die Dichtematrix wird nun definiert als

$$\rho_{mm'} = \sum_i p^{(i)} c^{(i)}_m c^{(i)*}_{m'} \tag{4.31}$$

[9] Dieses Kapitel beschränkt sich auf die Behandlung von Spinzuständen. Die vorgestellten Konzepte finden aber natürlich auch bei anderen Quantenzuständen Anwendung.

und somit

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_{m,m'} O_{m'm} \rho_{mm'} = \mathrm{Tr}(O\rho). \tag{4.32}$$

Aus Kenntnis der Dichtematrix ergibt sich also der Erwartungswert für einen beliebigen Operator. Die Form der Matrix ist abhängig von der gewählten Basis. Die Gesamtwahrscheinlichkeit, einen bestimmten Eigenzustand $|sm\rangle$ in dieser Basis zu erhalten, ergibt sich aus den Diagonalelementen, da

$$\rho_{mm} = \sum_i p^{(i)} |c_m^{(i)}|^2 = P(|sm\rangle). \tag{4.33}$$

Folgende weitere und von der Basis unabhängige Eigenschaften lassen sich einfach herleiten:

Die Spur von ρ ist Eins	$\mathrm{Tr}\rho = 1,$	(4.34)
ρ ist hermitesch	$\rho^*_{mm'} = \rho_{m'm},$	(4.35)
die Diagonalelemente sind positiv semidefinit	$\rho_{mm} \geq 0.$	(4.36)

4.2.2 Spin-Dichtematrix des ω-Mesons

Aufgrund der erwähnten Beschaffenheiten kommt der Spin-Dichtematrix des ω-Mesons eine zentrale Rolle beim Verständnis des Produktionsprozesses zu. Das ω ist ein Spin-1-Teilchen, die Dichtematrix ist daher eine komplexwertige 3×3-Matrix. Im Helizitätssystem ergeben die Diagonalelemente die Gesamtwahrscheinlichkeiten, die Helizitäten $\lambda_\omega = 1{,}0, -1$ vorzufinden. Bezüglich der Verteilung der Spinausrichtungen des ω werden folgende Fälle unterschieden:

isotrope Verteilung	$\rho_{11} = \rho_{00} = \rho_{-1-1},$	(4.37)
Ausrichtung (engl. *Alignment*)	$\rho_{11} = \rho_{-1-1} \neq \rho_{00},$	(4.38)
Polarisation	$\rho_{11} \neq \rho_{-1-1}.$	(4.39)

Diese Einteilung ist in Abbildung 4.3 für einen beliebigen Spin veranschaulicht. Da die Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \omega\pi^0$ durch die starke Wechselwirkung vermittelt wird, bleibt die Parität erhalten, woraus nach dem Noethertheorem eine räumlichen Symmetrie folgt. Für die Spin-Dichtematrix resultiert daraus bei einem unpolarisierten Strahl die Relation

$$\rho_{\lambda\lambda'} = (-1)^{\lambda-\lambda'} \rho_{-\lambda-\lambda'}. \tag{4.40}$$

Aus Gleichungen (4.34)-(4.40) folgt die Form der Dichtematrix des ω zu

$$\rho_{\lambda\lambda'} = \begin{pmatrix} 1/2(1-\Re\rho_{00}) & \Re\rho_{10} + \imath\Im\rho_{10} & \Re\rho_{1-1} \\ \Re\rho_{10} - \imath\Im\rho_{10} & \Re\rho_{00} & -(\Re\rho_{10} - \imath\Im\rho_{10}) \\ \Re\rho_{1-1} & -(\Re\rho_{10} + \imath\Im\rho_{10}) & 1/2(1-\Re\rho_{00}) \end{pmatrix} \tag{4.41}$$

mit den vier freien Parametern $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{10}$, $\Im\rho_{10}$ und $\Re\rho_{1-1}$. Insbesondere wird die Hauptdiagonale nur noch durch einen Parameter bestimmt. Zudem folgt aus der Symmetrie, dass bei den hier durchgeführten Untersuchungen keine Polarisation, wohl aber eine Ausrichtung vorliegen kann. Alle Elemente der Spin-Dichtematrix können mit den aus der Partialwellenanalyse gewonnenen Amplituden unabhängig berechnet werden [Kut],[Wil07]:

$$\rho_{\lambda_\omega\lambda'_\omega} = \frac{1}{\sum_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_p,\lambda_{\pi^0_r},\lambda_\omega} |T_{\lambda_{\overline{p}}\lambda_p\lambda_{\pi^0_r}\lambda_\omega}|^2} \cdot \sum_{\lambda_{\overline{p}},\lambda_p,\lambda_{\pi^0_r}} T^*_{\lambda_{\overline{p}}\lambda_p\lambda_{\pi^0_r}\lambda_\omega} T_{\lambda_{\overline{p}}\lambda_p\lambda_{\pi^0_r}\lambda'_\omega} \tag{4.42}$$

Dadurch ist auch eine Überprüfung der in (4.34)-(4.40) geforderten Eigenschaften möglich. Eine nachträgliche Umrechnung in eine gegenüber dem Helizitätssystem durch die Rotation r gedrehten Basis kann mit der Transformation

$$\rho'_{mm'} = \mathcal{D}^1_{nm}(r)\, \rho^{Heli}_{nn'}\, \mathcal{D}^1_{n'm'}(r) \tag{4.43}$$

erfolgen [Lea01].

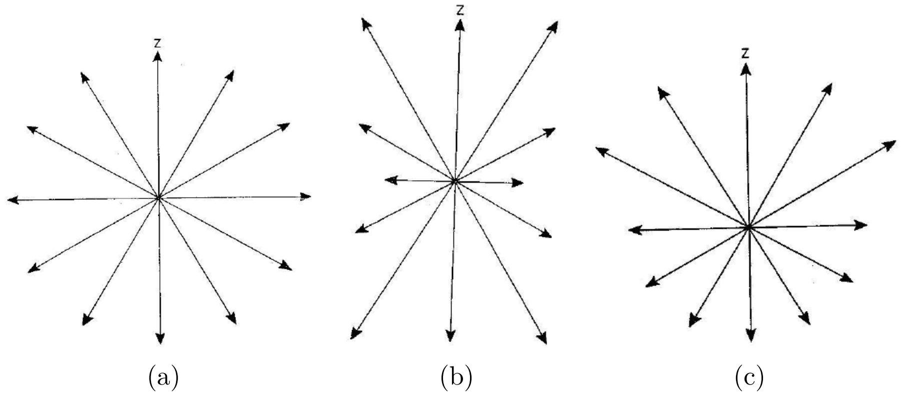


Abbildung 4.3: **Klassifikation der Verteilung von Spinausrichtungen.** *(a): isotrope Verteilung, (b): Ausrichtung (Alignment), (c): Polarisation. Nach [Blu96].*

4.2.3 Analyse der Zerfallswinkel

Alternativ zur Partialwellenanalyse mit der Beschreibung der vollständigen Reaktionskette lassen sich die Elemente der Spin-Dichtematrix anhand der Zerfallswinkel

θ, ϕ des ω berechnen. Nach Schilling [SSW70] gilt für die Winkelverteilung eines Vektormesons, das in drei pseudoskalare Mesonen zerfällt (wie $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$) der Ausdruck:

$$\begin{aligned} W(\cos\theta, \phi) &= \frac{3}{4\pi} \sum_{\lambda_\omega \lambda'_\omega} \mathcal{D}^1_{\lambda_\omega 0}(\phi, \theta, -\phi)^* \rho(\omega)_{\lambda_\omega \lambda'_\omega} \mathcal{D}^1_{\lambda'_\omega 0}(\phi, \theta, -\phi) \\ &= \frac{3}{4\pi} \Big(\frac{1}{2}(1-\rho_{00}) + \frac{1}{2}(3\rho_{00}-1)\cos^2\theta \\ &\qquad - \sqrt{2}\Re\rho_{10} \sin 2\theta \cos\phi - \rho_{1-1} \sin^2\theta \cos 2\phi \Big). \end{aligned} \tag{4.44}$$

Da ρ_{00} nur von θ abhängt, kann diese Komponente nach Integration über ϕ isoliert werden:

$$W(\cos\theta) = \frac{3}{4} \Big((1-\rho_{00}) + (3\rho_{00}-1)\cos^2\theta \Big). \tag{4.45}$$

Im Falle des ω-Zerfalls in $\pi^0\gamma$ ist zusätzlich eine Summierung über die Helizität des Photons nötig:

$$\begin{aligned} W(\cos\theta, \phi) &= \frac{3}{4\pi} \sum_{\lambda_\omega \lambda'_\omega \lambda_\gamma} \mathcal{D}^1_{\lambda_\omega \lambda_\gamma}(\phi, \theta, -\phi)^* \rho(\omega)_{\lambda_\omega \lambda'_\omega} \mathcal{D}^1_{\lambda'_\omega \lambda_\gamma}(\phi, \theta, -\phi) \\ &= \frac{3}{4\pi} \Big(\frac{1}{2}(1+\rho_{00}) + \frac{1}{2}(1-3\rho_{00})\cos^2\theta \\ &\qquad + \sqrt{2}\Re\rho_{10} \sin 2\theta \cos\phi + \rho_{1-1} \sin^2\theta \cos 2\phi \Big) \end{aligned} \tag{4.46}$$

bzw.

$$W(\cos\theta) = \frac{3}{4} \Big((1+\rho_{00}) + (1-3\rho_{00})\cos^2\theta \Big). \tag{4.47}$$

Durch eine Anpassung der Winkelverteilungen können die ρ-Matrixelemente daher als Parameter bestimmt werden. Um die Daten nicht zweidimensional in Zellen eintragen zu müssen, bietet sich auch hier die Verwendung eines Likelihood-Fits mit Gleichung (4.27) an. Die Unterdrückung des Untergrundes mit den Ereignisgewichten sowie die Akzeptanzkorrektur mit Monte Carlo-Ereignissen erfolgt völlig analog. Es ist allerdings zu beachten, dass nur drei der vier freien Parameter der Dichtematrix mit der hier vorgestellten Methode ermittelt werden können, die dennoch eine wichtige Gegenprobe der Resultate aus der Partialwellenanalyse darstellt. Bei Übereinstimmung lassen sich viele potentielle systematische Fehler ausschließen, die bei der Entwicklung des PWA-Formalismus und der komplexen Software denkbar sind.

4.2.4 Vektor- und Tensorpolarisation

In der Literatur ist eine alternative Darstellung der Spin-Dichtematrix durch einen vollständigen Satz von Operatoren üblich, die sich analog zu (4.1) unter Rotationen verhalten. Die Entwicklung in die sogenannten *sphärischen Tensoroperatoren* $\hat{T}^L_M$ mit dem Rang L lautet [Chu08]:

$$\rho = \frac{1}{2s+1} \sum_{LM} (2L+1) t^{L*}_M T^L_M. \tag{4.48}$$

Die Entwicklungskoeffizienten t^l_M heißen Multipolparameter und sind gerade die Erwartungswerte der Operatoren:

$$t^l_M = \mathrm{Tr}(\rho T^L_M). \tag{4.49}$$

Diese bilden eine Verallgemeinerung des Spin-Polarisationsvektors, welcher seinerseits der Erwartungswert der Spinoperatoren S_x, S_y, S_z für ein Spin-1-Teilchen darstellt und sowohl mit Multipolparametern als auch Dichtematrixelementen ausgedrückt werden kann [Lea01]:

$$\vec{\mathcal{P}} = \langle \hat{\vec{S}} \rangle = \begin{pmatrix} -2\,\Re t^1_1 \\ -2\Im t^1_1 \\ \sqrt{2}\,t^1_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2}\,\Re(\rho_{10} + \rho_{0-1}) \\ \sqrt{2}\Im(\rho^*_{10} + \rho^*_{0-1}) \\ (\rho_{11} - \rho_{-1-1})^* \end{pmatrix} \overset{(4.41)}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ -2\sqrt{2}\,\Im\rho_{10} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.50}$$

Anders als bei Spin-1/2-Teilchen reicht die Angabe des Polarisationsvektors offensichtlich nicht aus, um den Spinzustand vollständig zu beschreiben. Die drei verbleibenden reellen Parameter der Dichtematrix ergeben sich stattdessen durch die Relationen

$$t^2_0 = \sqrt{\frac{1}{10}}\,(\rho_{11} + \rho_{-1-1} - 2\rho_{00}) \overset{(4.41)}{=} \sqrt{\frac{1}{10}}\,(1 - 3\rho_{00}) \tag{4.51}$$

$$t^2_1 = -\sqrt{\frac{3}{10}}\,(\rho_{10} - \rho_{0-1})^2 \overset{(4.41)}{=} -\sqrt{\frac{6}{5}}\Re\rho_{10} \tag{4.52}$$

$$t^2_2 = \sqrt{\frac{3}{5}}\rho_{1-1}. \tag{4.53}$$

Das ω-Meson besitzt somit die *Vektorpolarisation* $\mathcal{P}_y$ und die drei *Tensorpolarisationen* t^2_0, t^2_1 und t^2_2. Die Angabe dieser Polarisationen ist zwar zur derjenigen der Spin-Dichtematrixelemente äquivalent, wird aber in Kapitel 5 zur besseren Vergleichbarkeit von Analyseresulaten herangezogen.

Kapitel 5

Vorstellung der Ergebnisse

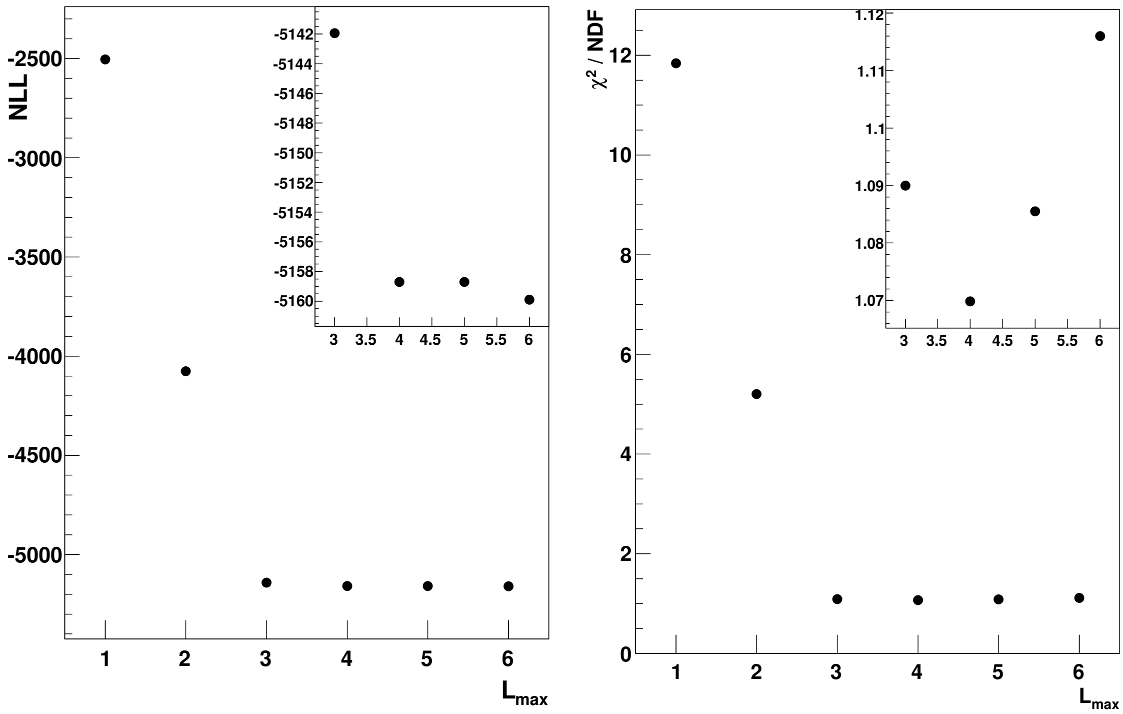
Im Folgenden werden die Resultate der für diese Arbeit durchgeführten Untersuchungen vorgestellt. Der erste und für alle folgenden Analysen notwendige Schritt besteht dabei in der Festlegung der maximal beitragenden Bahndrehimpulse der $\bar{p}p$-Annihilation. Hierauf folgt die Vorstellung der Produktions- und Zerfallswinkelverteilungen des ω-Mesons und der Vergleich mit der erzielten Anpassung. Den Kern der Auswertung bildet die Analyse der Spin-Dichtematrix für die beiden betrachteten Zerfallskanäle $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $\omega \to \pi^0\gamma$. Im Anschluss werden die Einflüsse von Untergrund, EMC-Kalibrierung sowie der Auswahl zugelassener Wellen auf die Resultate der Partialwellenanalyse untersucht.

5.1 Maximal beitragender Drehimpuls

Der maximal beitragenden Bahndrehimpuls L_{max} der $\bar{p}p$-Annihilation schränkt die Auswahl an möglichen Partialwellen ein und wird daher für eine korrekte PWA vorgegeben. Das prinzipielle Vorgehen bei der Bestimmung dieses Wertes liegt darin, die PWA mit verschiedenen Einstellungen für L_{max} durchzuführen und die Güte der resultierenden Anpassung in Relation zur Anzahl der verwendeten Fit-Parameter zu setzen. Die Untersuchungen wurden dabei auf den Bereich zwischen $L_{max} = 1$ und $L_{max} = 7$ begrenzt, da keine höheren Bahndrehimpulse zu erwarten sind.

Eine Auskunft über die Güte der Anpassung ergibt der Wert des negativen Log-Likelihood (NLL). Da eine Erhöhung von L_{max} allerdings immer ein Hinzufügen von freien Parametern bedeutet, wird der NLL bei korrekter Anpassung immer monoton fallen und nicht etwa ein Minimum bilden, an dem sich die physikalisch korrekte Einstellung ablesen ließe. Oft lässt sich aber bereits durch eine einfache grafische Auswertung der Steigung des NLL eine grobe Aussage treffen, was in Abbildung 5.1(a) an dem Beispiel für den Strahlimpuls 900 MeV/c und den ω-Zerfall nach $\pi^0\gamma$ dargestellt ist. Hier ist naheliegend L_{max}=3 auszuwählen, da der Verlauf ab diesem Wert stark abflacht. In der Detailansicht wird jedoch deutlich, dass für $L_{max} = 3 \to 4$ gegenüber $L_{max} = 4 \to 5$ immer noch eine erhebliche Änderung des NLL vorliegt und keine eindeutige Auswahl möglich ist.

Um derartige Ambiguitäten zu vermeiden, wird eine in [AB05] vorgeschlagene Methode zur Bewertung der Güte der Anpassung gewählt. Hierzu werden die n in Ab-



(a) (b)

Abbildung 5.1: **Verlauf des NLL (a) und χ^2-Wertes (b) am Beispiel der PWA für $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.** *In der Detailansicht wird deutlich, dass eine eindeutige Bestimmung des korrekten Wertes von L_{max} anhand des NLL nicht gegeben ist. Der normierte χ^2-Wert hat dagegen ein globales Minimum bei $L_{max} = 4$.*

schnitt 3.3.3 bereits erwähnten, relevanten kinematischen Parameter ($\theta_{\omega,p}, \theta_{\omega,d}, \phi_{\omega,d}$ sowie bei $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ zusätzlich λ) in je ein Histogramm eingetragen. Die das Ergebnis der Anpassung repräsentierenden Histrogramme werden dabei gewonnen, indem die Monte Carlo-Ereignisse mit aus der PWA berechneten Gewichten eingetragen und auf die Anzahl der Datenereignisse normiert werden. Anschließend werden die χ^2-Werte berechnet, summiert und auf die Anzahl der Freiheitsgrade (NDF) normiert:

$$\chi^2/NDF = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{N_{bins,i}} \left[\frac{(\nu_{i,fit} - \nu_{i,daten})^2}{\nu_{i,daten}} \right] / (N_{Bins} - N_{Params}) \tag{5.1}$$

Die Anzahl der Freiheitsgrade ergibt sich aus der Gesamtzahl an Bins N_{Bins} abzüglich der Zahl an Fit-Parametern N_{Params}. Der im Nenner stehende quadrierte Fehler eines Bineintrages entspricht aufgrund der Poisson-Statistik gerade der Anzahl der Einträge.

Das Resultat dieses Vorgehens ist in Abbildung 5.1(b) bzw. Anhang A.2 dargestellt. Bei allen Strahlimpulsen und beiden Zerfallskanälen bildet sich ein Minimum im χ^2-Verlauf aus. Die korrespondierenden Werte von L_{max} sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Zunächst fällt auf, dass die Ergebnisse für die unterschiedlichen Zerfälle des ω konsistent sind. Der niedrigste maximale Drehimpuls von $L_{max} = 3$ liegt nur bei dem Antiprotonenimpuls von 600 MeV/c vor. Bis einschließlich 1050 MeV/c gilt $L_{max} = 4$ und ab dort bis zum höchsten untersuchten Strahlimpuls von 1940 MeV/c $L_{max} = 5$. In der gleichen Tabelle sind zudem die Resultate zweier vorhergegangenen Partialwellenanalysen aufgeführt, welche am J^{PC}-Zwischenzustand ansetzten und bei denen entsprechend J_{max} bestimmt wurde. Da $L_{max} - 1 \leq J_{max} \leq L_{max} + 1$ gilt, sind die hier erzielten Ergebnisse mit denen aus den älteren Analysen konsistent.

$p_{\overline{p}}$ [MeV/c]	L_{max}		J_{max}	
	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$\pi^0\gamma$	[Beu95]	[Pav10]
600	-	3	3	3
900	4	4	-	3
1050	-	4	-	4
1350	-	5	-	4
1525	5	5	-	4
1642	5	5	-	5
1800	-	5	-	5
1940	5	5	5	5

Tabelle 5.1: **Maximal beitragende Drehimpulse L_{max} der $\overline{p}p$-Annihilation in $\omega\pi^0$** *für verschiedene Strahlimpulse und beide Zerfallskanäle sowie Vergleich von in früheren Untersuchungen bestimmten Werten von J_{max}.*

5.2 Winkelverteilungen

Nachdem die maximal beitragenden Drehimpulse bestimmt sind, werden die Ergebnisse der Anpassung nun im Detail betrachtet. In Abbildung 5.2 und 5.3 sind der ω-Produktionswinkel θ_p, die $\omega-$Zerfallswinkel θ_d und ϕ_d sowie im Falle des Zerfalls in drei Pionen die Größe λ exemplarisch für $p_{\overline{p}}$=900 MeV/c abgebildet. Wird, wie hier, der azimutale Zerfallswinkel relativ zur Produktionsebene angegeben, wird dabei auch vom *Treiman-Yang-Winkel* gesprochen. Die Grafiken zu den übrigen Strahlimpulsen finden sich in Anhang A.3. Die histogrammierten Daten wurden mit Monte Carlo-Ereignissen akzeptanzkorrigiert, während die Darstellung des Resultates der Anpassung wie erwähnt durch gewichtete MC erfolgt. In allen Fällen stimmt die Anpassung im Rahmen der Fehler bis auf wenige Ausnahmen sehr gut mit den Daten überein. Dabei ist jedoch zu beachten, dass alle eingetragenen Fehler lediglich

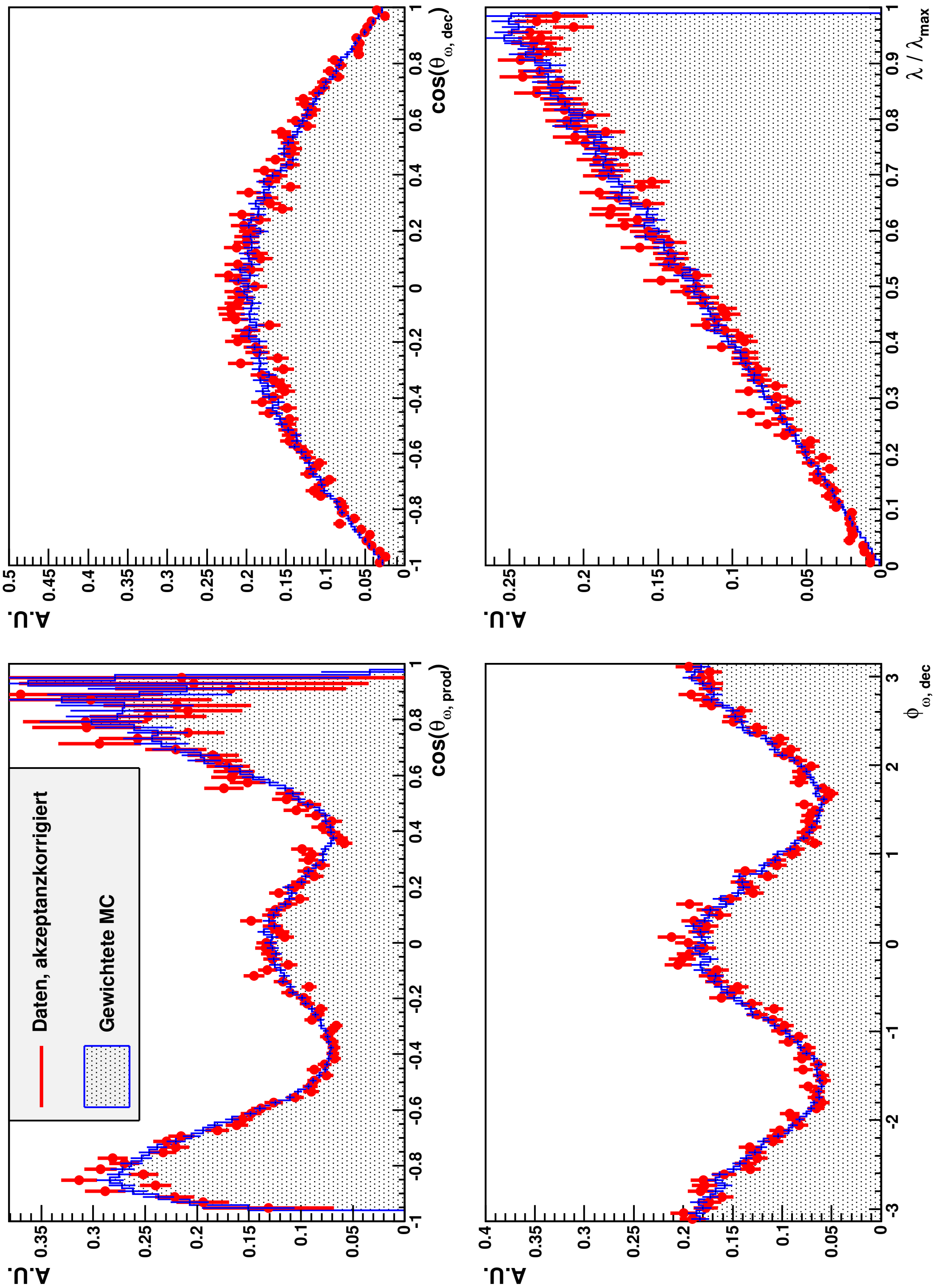


Abbildung 5.2: **Produktionswinkel, Zerfallswinkel und λ für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ am Beispiel $p_{\overline{p}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.** *Die Daten sind mit Monte Carlo-Ereignissen akzeptanzkorrigiert. Im Vergleich dazu die Monte Carlo-Ereignisse, die mit aus dem PWA-Fit gewonnen Gewichten eingetragen wurden.*

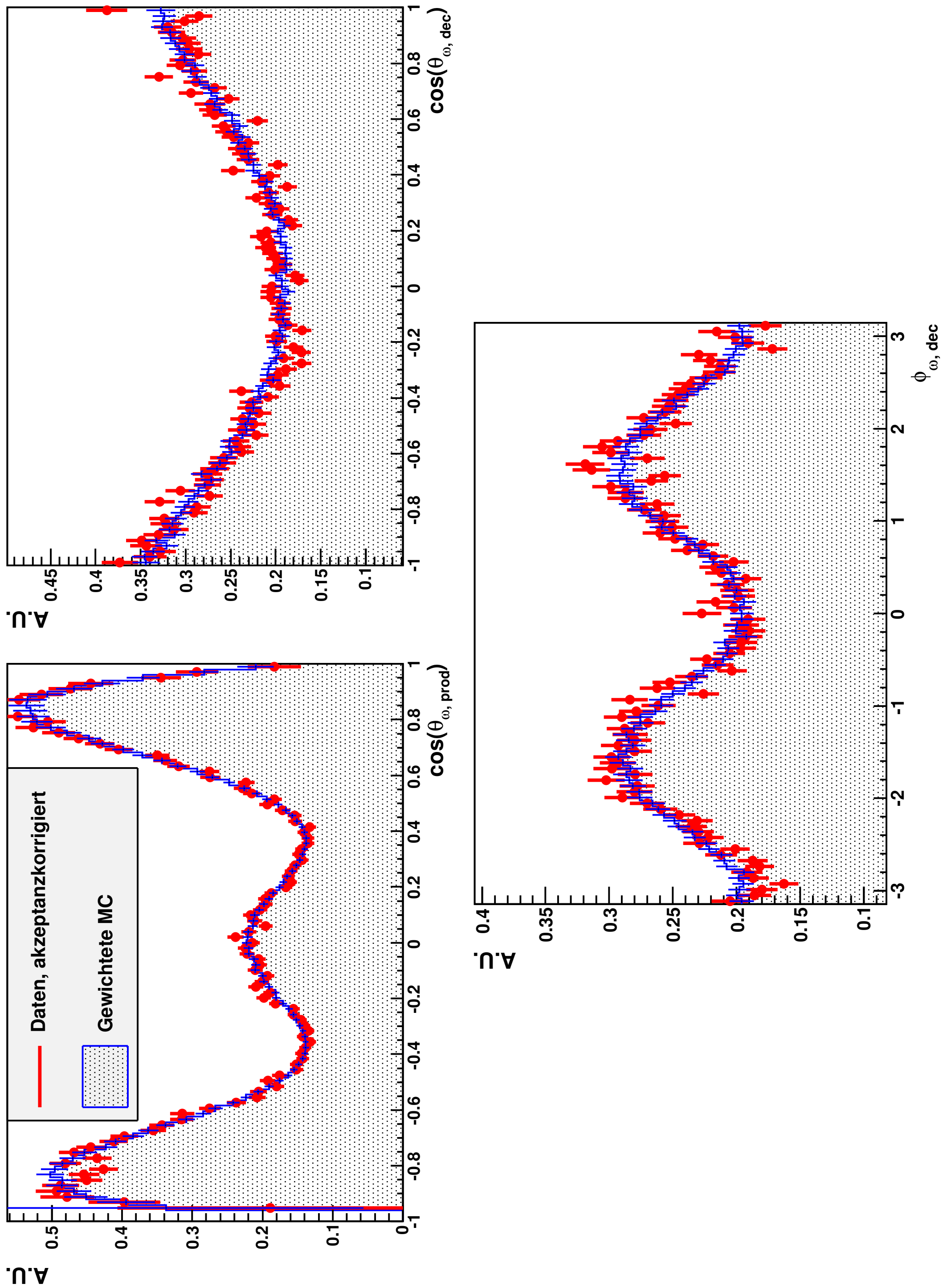


Abbildung 5.3: **Produktionswinkel, Zerfallswinkel und λ für $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ am Beispiel $p_{\bar{p}}$ = 900 MeV/c.** *Die Daten sind mit Monte Carlo-Ereignissen akzeptanzkorrigiert. Im Vergleich dazu die Monte Carlo-Ereignisse, die mit aus dem PWA-Fit gewonnen Gewichten eingetragen wurden.*

der Statistik der Bininhalte entsprechen und mögliche systematische Fehler sowie Fehler aus der Anpassung nicht berücksichtigt wurden.

Die Verteilung der Produktionswinkel hat für die beiden Zerfälle $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $\omega \to \pi^0\gamma$ die gleiche Form, variiert aber deutlich für unterschiedliche Strahlimpulse. Bei genauer Betrachtung lässt sich allerdings feststellen, dass der Peak um $\cos(\theta_p) = 0$ bei dem Zerfall in drei Pionen ausgeprägter erscheint. Dies könnte ein Hinweis auf eine immer noch nicht einwandfreie Kalibrierung sein. An den Fehlern kann bei diesem Kanal zudem eine für kleine Winkel stark abfallende Akzeptanz abgelesen werden, was bei dem neutralen Kanal nicht auftritt. Dies ist die Konsequenz der für Daten im Fluge stark eingeschränkten Raumwinkelabdeckung der Jet-Driftkammer. Im Gegensatz zum Produktionswinkel unterscheiden sich die Zerfallswinkel für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $\omega \to \pi^0\gamma$ aufgrund der unterschiedlichen Kinematik der Zwei- und Dreikörperzerfälle. Wie bereits erwähnt, werden die Verteilungen durch die Gleichungen (4.44)- (4.47) beschrieben. Weiterhin ist erkennbar, dass der Wirkungsquerschnitt erwartungsgemäß linear mit der Größe $\lambda = |\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}|^2$ steigt.

5.3 Spin-Dichtematrix

Unter Verwendung von Gleichung 4.42 können die Elemente der Spin-Dichtematrix aus den Helizitätsamplituden extrahiert werden. Diese Amplituden wurden mit dem PWA-Fit unter Verwendung aller für ein bestimmtes L_{max} prinzipiell möglichen Wellen gewonnen, ungeachtet dessen, ob tatsächlich alle Wellen physikalisch beitragen. Aus diesem Grund enthält die Hypothese möglicherweise eine zu große Zahl an Parametern. Allerdings wurde bereits in [Wil07] eine solche (dort als *Mother of All Fits* bezeichnete) Anpassung erfolgreich zur Bestimmung der Spin-Dichtematrix verwendet. Hierfür ist offenbar lediglich eine gute Beschreibung der Daten nötig. Auch in dieser Arbeit zeigte sich, dass auch bei einer zu hohen Zahl an Partialwellen zumindest die Realteile der Matrixelemente zuverlässig bestimmt werden können (Abschnitt 5.6). Der Imaginärteil $\Im\rho_{10}$ erwies sich dagegen als instabil und variierte schon bei geringen Änderungen der Anpassung deutlich. Es ist fraglich, ob bei einem unpolarisierten Strahl Informationen über $\Im\rho_{10}$ in den selektierten Daten enthalten sind. Dieses Element wird daher von den folgenden Betrachtungen ausgeschlossen. Es ist weiterhin anzumerken, dass nach dem derzeitigen Stand der PWA-Software noch keine Fehler für die aus den Helizitätsamplituden gewonnenen Matrixelemente berechnet werden können.

5.3.1 $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$

Zunächst wird der Zerfall des ω in drei Pionen betrachtet. In Abbildung 5.4 sind alle neun mit der PWA ermittelten Realteile der Spin-Dichtematrix exemplarisch für den Strahlimpuls 900 MeV/c abgebildet. Das verwendete Bezugssystem ist das Helizitätssystem des ω. Da ein wesentliches Ziel die Untersuchung des ω-Produktionsmechanismus ist, erfolgt die Auftragung abhängig vom Produktionswinkel. Dabei ist zu erwähnen, dass die Werte bei Winkeln, die Trajektorien des ω sehr nahe an der Strahlachse entsprechen, aufgrund der mangelhaften Detektorakzeptanz lediglich extrapoliert sind. Wie der Abbildung entnommen werden kann, wird die Forderung nach Hermitezität sowie die nach den aus der Paritätserhaltung folgenden Symmetrien ausnahmslos erfüllt. Auch die Spur, welche der Summe über alle Wahrscheinlichkeiten der drei Spineinstellungen $\lambda = -1{,}0{,}1$ entspricht, nimmt exakt den Wert 1 an. Die Polarisation des ω ist damit auch experimentell ausgeschlossen.

In der detaillierteren Abbildungen 5.5 (sowie in Anhang A.4 für die übrigen Strahlimpulse), werden nur noch die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ dargestellt, hier zudem aber im Vergleich mit den Resultaten aus der Analyse der Zerfallswinkelverteilung. Alle Matrixelemente weisen starke Produktionswinkelabhängigkeiten auf, wobei sich $\Re\rho_{00}$ und $\Re\rho_{1-1}$ symmetrisch, $\Re\rho_{10}$ dagegen antisymmetrisch bezüglich $\cos(\theta_p) = 0$ verhalten. Die Verläufe sind geprägt von charakteristischen lokalen Maxima und Minima. Bei dem Vergleich der unterschiedlichen Strahlimpulse fallen sowohl Gemeinsamkeiten als auch Unterschiede auf. Sehr ähnlich sind jeweils die Positionen der lokalen Extrema, wobei der Impuls $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$ gegenüber den anderen Fällen die deutlichsten systematischen Abweichungen aufweist. Dies ist möglicherweise mit der Tatsache verknüpft, dass nur bei diesem Impuls der maximale Bahndrehimpuls $L_{max} = 4$ (im Gegensatz zu $L_{max} = 5$) vorliegt. Überall dagegen zeigen sich gewisse Abweichungen in den Absolutwerten der Matrixelemente. Besonders stark betrifft dies die Randbereiche, was darauf hinweist, dass die Extrapolation hier keine zuverlässigen Werte liefert. Bei allen Strahlimpulsen allerdings wird anhand des ρ_{00}-Elementes deutlich, dass die Helizität $\lambda = 0$ bei einem Produktionswinkel von 90° vollständig unterdrückt wird, dagegen um den Bereich $\cos(\theta_p) \approx \pm 0{,}4$ mit Wahrscheinlichkeiten zwischen 15 % und 24 % besonders häufig auftritt. Außer an den äußersten Randbereichen nimmt ρ_{00} allerdings einen Wert deutlich unterhalb von $\rho = 0{,}33$ an, so dass ein erhebliches *Alignment* vorliegt.

Um auch die Ergebnisse der Zerfallswinkelanalyse produktionswinkelabhängig darstellen zu können, wurden die Daten entsprechend in Winkelintervalle aufgeteilt. Bezüglich der Anzahl dieser Intervalle musste ein Kompromiss aus Stabilität der Anpassung und Anzahl der resultierenden Datenpunkte gefunden werden. Abbildung 5.6 zeigt eine solche Anpassung an einem Beispiel. Der Vergleich der so erhaltenen Werte der Matrixelemente mit denen aus der Partialwellenanalyse (Abbildungen 5.5 bzw. Anhang A.4) ergibt eine hervorragende Übereinstimmung. Besonders geringe Abweichungen zeigen sich bei den Elementen $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$, während bei dem Element $\Re\rho_{00}$ tendenziell etwas größere Schwankungen zu beobachten sind. An den Fehlern ist erkennbar, dass die Anpassung aufgrund der Akzeptanz bei kleinen Winkel sehr ungenau wird, wobei sich dieser Effekt mit höheren Strahlimpulsen verstärkt. Insgesamt stellt die Konsistenz der mit zwei völlig unterschiedlichen Methoden bestimmten Werte aber ein bedeutendes Resultat dar und schließt viele systematische

Fehler in der Analyse weitestgehend aus. Auf die Qualität der zugrundeliegenden Daten kann dagegen kein Rückschluss gezogen werden, da beispielsweise eine ungenaue Kalibrierung des EMC ähnliche Auswirkungen auf die Partialwellenanalyse und die Anpassung der Zerfallswinkel haben könnte.

5.3.2 $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$

In Abbildung 5.7 und 5.8 sowie Anhang A.4 sind die Elemente der Spin-Dichtematrix des ω-Mesons für den Zerfall $\omega \to \pi^0\gamma$ abgebildet. Viele der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Beobachtungen sind auch hier zutreffend: Die Symmetriebedingungen und die Forderung $\mathrm{Tr}(\rho)$=1 werden erneut genau erfüllt. Wie im Fall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ ist die Helizität $\lambda = 0$ für den Produktionswinkel $\cos(\theta_p) = 0$ vollständig unterdrückt, während ein prominentes lokales Maximum der ρ_{00}-Komponente auch hier bei $\cos(\theta_p) \approx \pm 0{,}4$ vorliegt. Allerdings beträgt außer bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c der Wert des Matrixelementes an diesen Peaks nur noch 7 % bis 15 %, so dass bei diesem Zerfallskanal des ω ein noch stärkeres Alignment beobachtet werden kann.

Die Anpassung der Winkelverteilungen erwies sich als weniger stabil als bei dem Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Um in allen Fällen eine Konvergenz zu erzielen, musste daher die Anzahl der Produktionswinkelintervalle verringert werden. Die anschließend erzielten Ergebnisse stimmen für $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ bei allen Strahlimpulsen wieder sehr gut mit denen aus der Partialwellenanalyse überein. Die mit den unterschiedlichen Methoden ermittelten Werte des ρ_{00}-Elementes dagegen zeigen nun größere Differenzen, sind aufgrund der verhältnismäßig großen Fehler jedoch weiterhin konsistent. Zumindest lässt sich der grobe Verlauf der Produktionswinkelabhängigkeit sowie die Größenordnung der Resultate bestätigen. Möglicherweise ist die Qualität der Daten des geladenen Endzustandes generell besser, da mit der JDC dort ein zweiter, vom EMC unabhängiger Detektor verwendet wurde.

5.3.3 Mittelwerte der Elemente der Spin-Dichtematrix

Um die gewonnenen Resultate übersichtlich zusammenzufassen, bietet sich eine über den Produktionswinkel integrierte Darstellung der Spin-Dichtematrixelemente an. Hierfür werden die in den vorherigen Abschnitten vorgestellten Graphen mit der jeweiligen akzeptanzkorrigierten Produktionswinkelverteilung gewichtet und anschließend der Mittelwert bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.9 für alle Strahlimpulse und beide Zerfallskanäle zu sehen.

Es wird deutlich, dass die Resultate der Partialwellenanalyse und die der Zerfallswinkelanpassung auch hier weitgehend konsistent sind. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die aus der Anpassung folgenden Fehler nur statistischer Natur sind. Der Verlauf der $\Re\rho_{00}$-Elemente gibt Grund zur Annahme, dass dieses Element nahezu unabhängig von den in dieser Arbeit analysierten Antiprotonenimpulsen ist. Bei

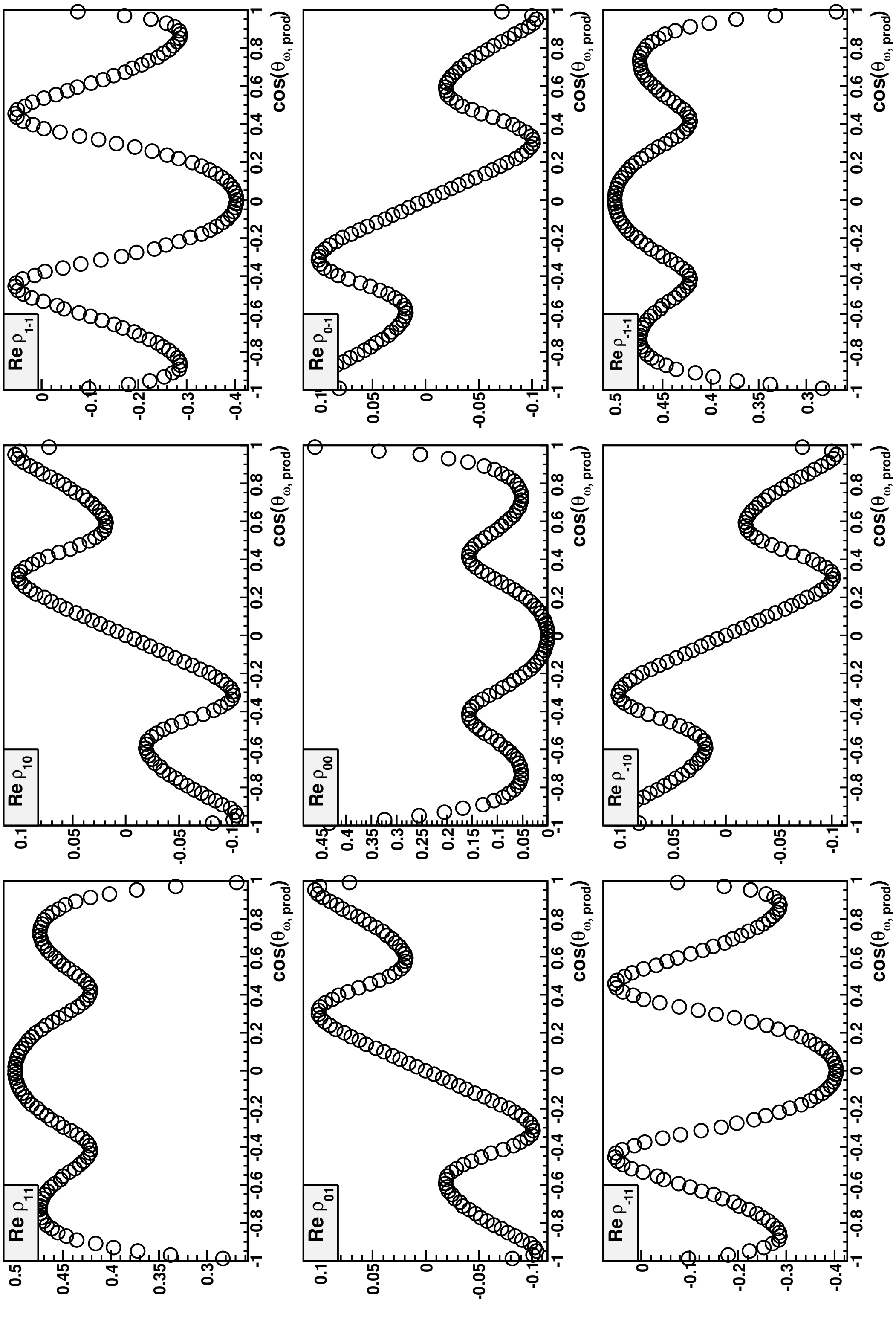


Abbildung 5.4: **Mit der PWA ermittelte Elemente der Spin-Dichtematrix für $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ am Beispiel $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.**

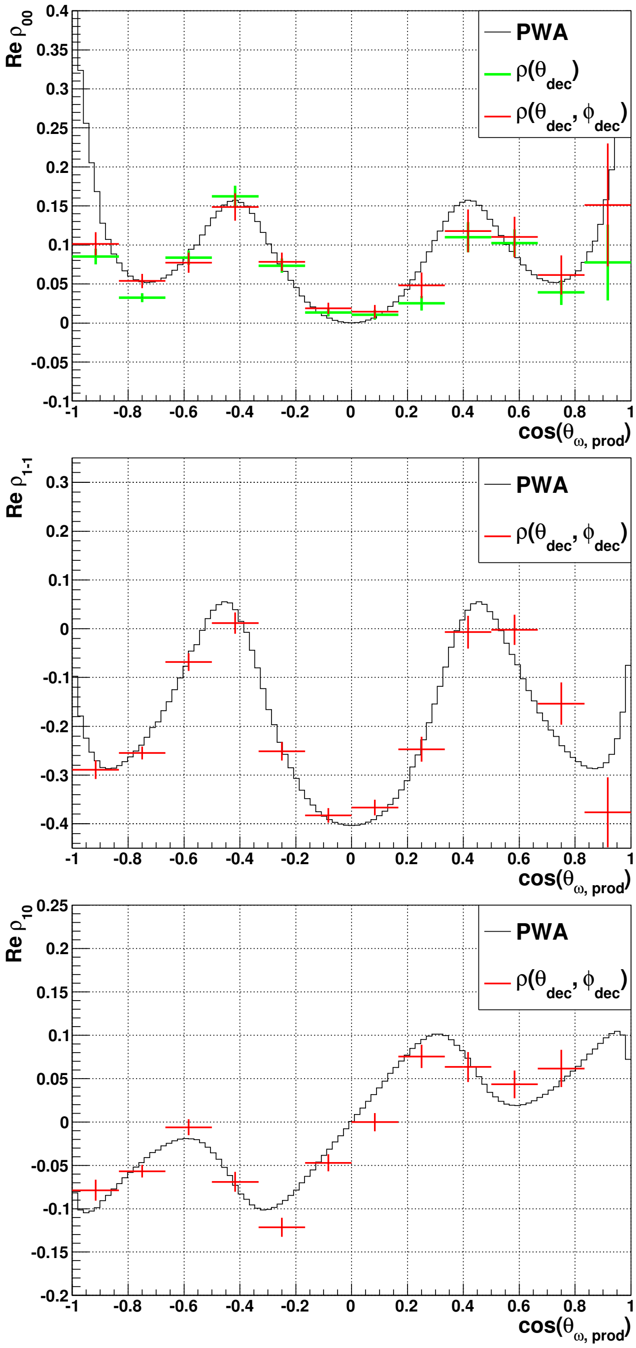
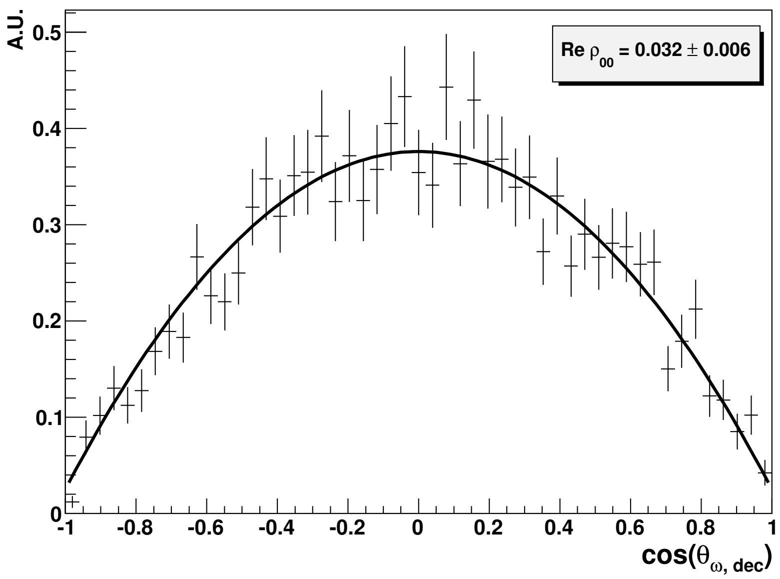
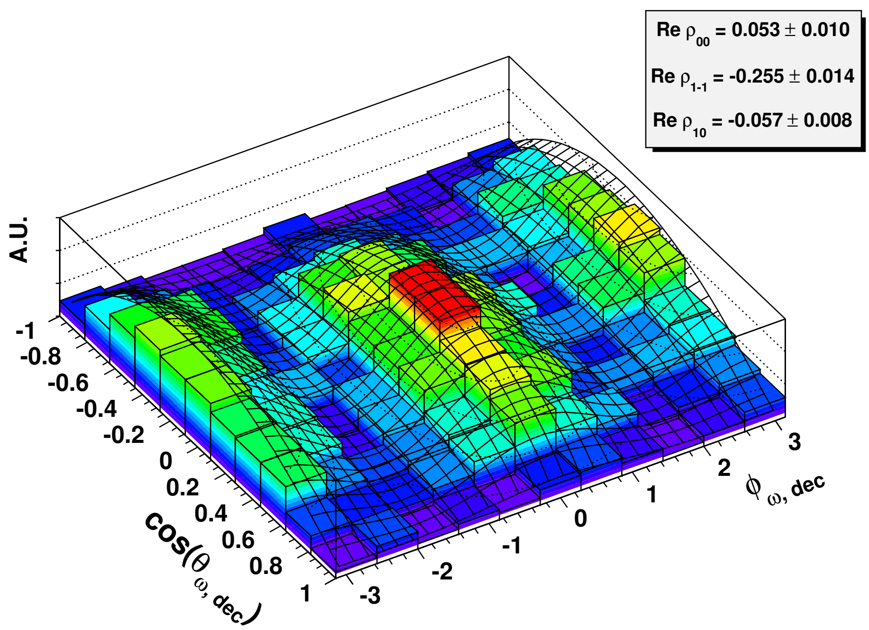


Abbildung 5.5: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ am Beispiel $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*



(a)



(b)

Abbildung 5.6: **Anpassung der Zerfallswinkel** *für* $p_{\overline{p}} = 900\,MeV$, $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ *und das Produktionswinkelintervall* $-0{,}83 \leq \cos(\theta_{\omega,prod}) \leq -0{,}67$. *(a): Eindimensionaler Fit des Zerfallswinkels* $\theta_{\omega,dec}$ *mit Gleichung (4.45). (b): Zweidimensionaler Fit der Zerfallswinkels* $\theta_{\omega,dec}, \phi_{\omega,dec}$ *mit Gleichung (4.44). Die Daten sind akzeptanzkorrigiert und wurden nachträglich in Zellen eingetragen. Die Anpassung erfolgte ereignisbasiert.*

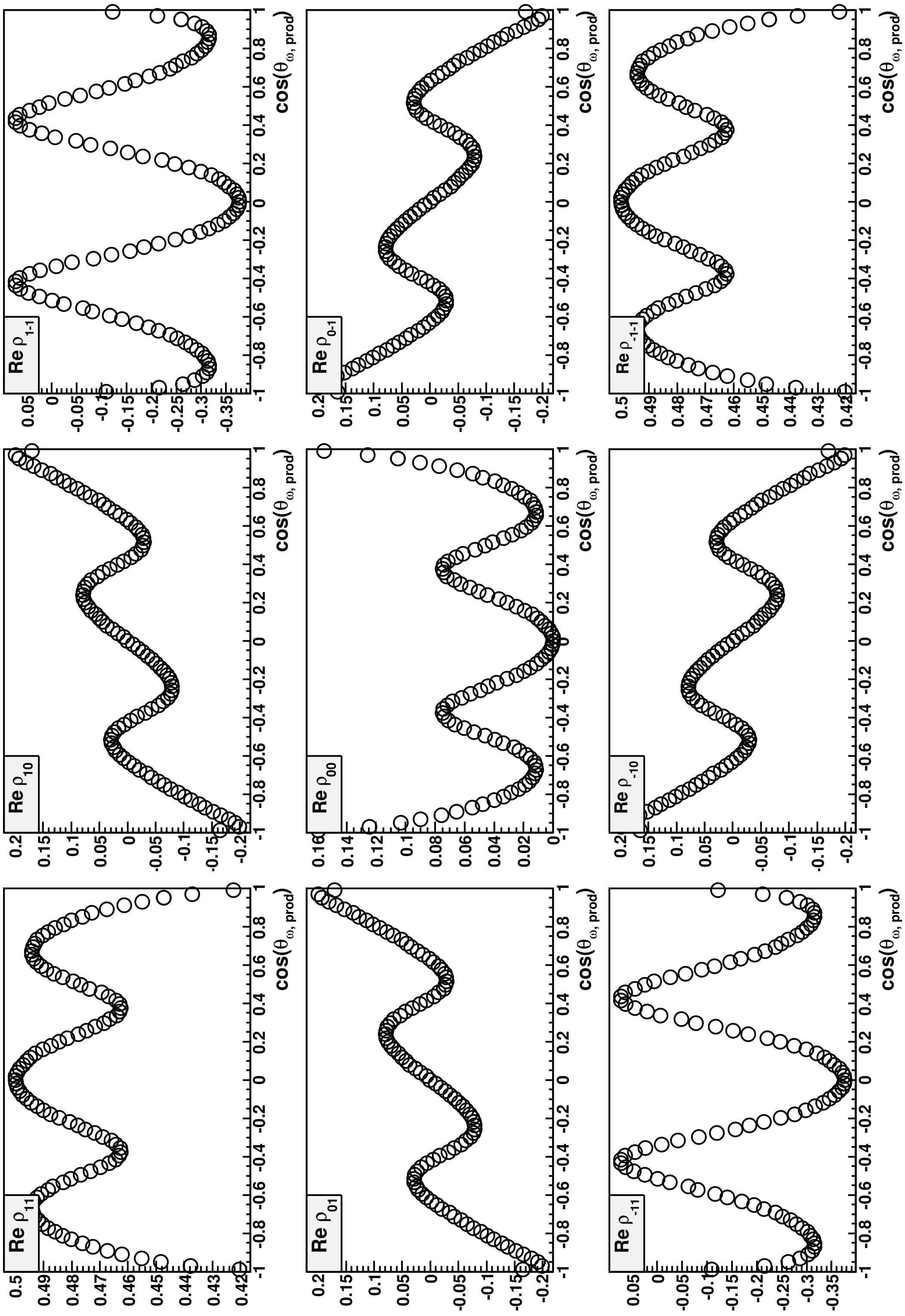


Abbildung 5.7: **Mit der PWA ermittelte Elemente der Spin-Dichtematrix für $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ am Beispiel $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.**

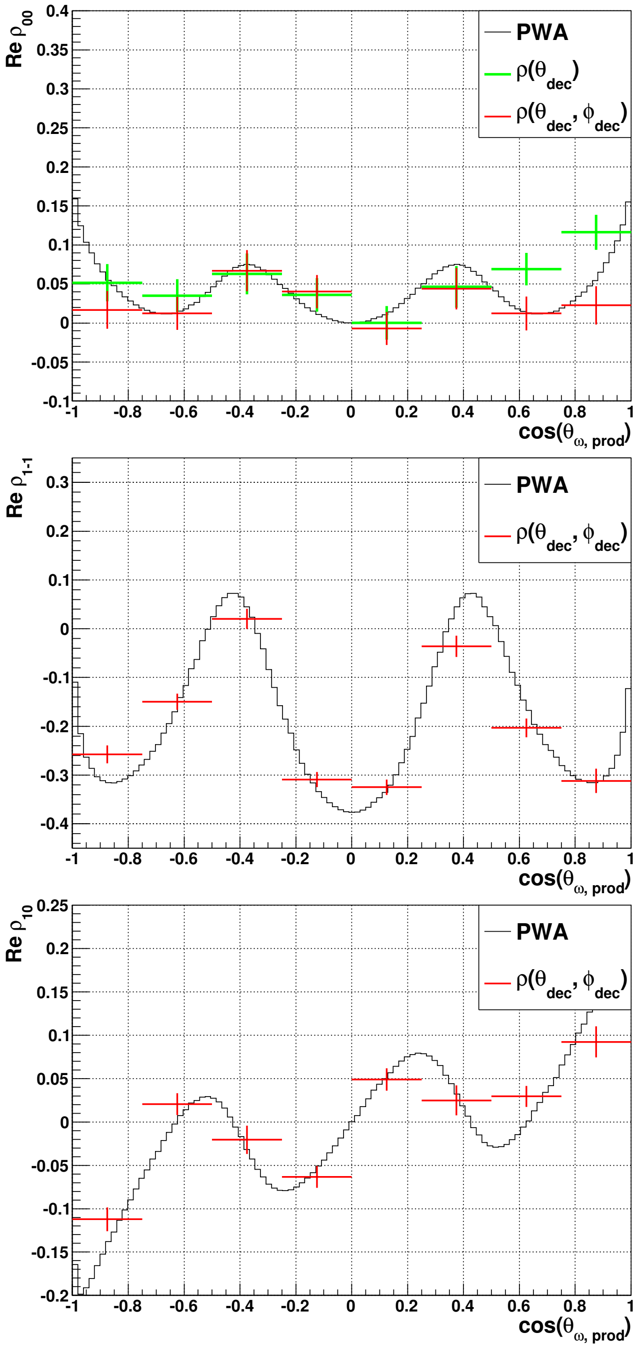


Abbildung 5.8: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ am Beispiel $p_{\overline{p}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.46) bzw. (4.47) (rot bzw. grün).*

dem Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ liegt der Mittelwert von $\Re\rho_{00}$ bei etwa 10 %. Die PWA liefert allerdings bei den Impulsen $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$ nur Werte von etwa $\Re\rho_{00} = 8\,\%$. Diese sind möglicherweise zuverlässiger, da die zugehörigen Datensätze die mit Abstand höchste Statistik aufweisen. Bei dem Zerfall $\omega \to \pi^0\gamma$ ergibt sich dagegen ein Mittelwert von etwa 6 %. Für diese Diskrepanz sind prinzipiell physikalische Ursachen denkbar. Ebenfalls möglich sind allerdings auch systematisch fehlerhafte Daten, etwa durch unvollkommene Kalibrierung des EMC oder weiterhin verbliebenen Untergrund. Diese Möglichkeit wird in Kapitel 5.5 untersucht. Die Werte von $\Re\rho_{1-1}$ sind bei den beiden Zerfallskanälen dagegen nahezu identisch. Bei der Betrachtung der Strahlimpulsabhängigkeit lässt sich tendenziell eine Steigerung von $\rho_{1-1} \approx -22\%$ bei $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$ auf $\Re\rho_{1-1} \approx -15\%$ bei $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$ beobachten. Bei dem Element $\Re\rho_{10}$ und dem Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ ist zu beachten, dass die Integration aufgrund der begrenzten Akzeptanz der JDC nur im Bereich $-1 < \cos(\theta_p) < 0$ durchgeführt wurde. Was bei den Elementen $\Re\rho_{00}$ und $\Re\rho_{1-1}$ aufgrund der Symmetrie bezüglich $\cos(\theta_p) = 0$ zu sinnvollen Ergebnissen führt, ermöglicht hier nur den Vergleich zwischen PWA und Zerfallswinkelanpassung. Bei dem Zerfall $\omega \to \pi^0\gamma$ liegt $\Re\rho_{10}$ allerdings wie zu erwarten bei Null.

5.4 Vergleich mit vorhergegangenen Untersuchungen

Untersuchungen zur Spinausrichtung des ω-Mesons anhand der Reaktion $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \omega\pi^0$ mit dem Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ wurden bereits in der Veröffentlichung [A+02] von 2002 vorgestellt und basierten ebenfalls auf Daten des Crystal Barrel-Experimentes. Zu diesem Zeitpunkt konnte allerdings die in dieser Arbeit verwendete, sehr effiziente Methode zur Untergrunderkennung noch nicht umgesetzt werden. Dennoch bietet sich ein Vergleich der Resultate an, wobei zwei wesentliche Unterschiede in der Darstellung bestehen: In [A+02] werden anstelle der Elemente der Spin-Dichtematrix die Multipolparameter t_0^2, t_1^2 und t_2^2 bestimmt, welche in Abschnitt 4.2.4 eingeführt wurden. Desweiteren wurde als Ruhesystem des ω-Mesons das Adair-System verwendet. In diesem weist die z-Achse im Gegensatz zum Helizitätssystem nicht in die Flugrichtung des ω, sondern in Richtung der z-Achse des $\overline{\mathrm{p}}\mathrm{p}$ Systems und damit in Strahlrichtung. Da die y-Achse weiterhin parallel zur Oberflächennormalen der Produktionsebene ist, sind die beiden Systeme zueinander um den Produktionswinkel θ_p in Bezug auf die y-Achse verdreht.

Die in dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ werden für einen einfachen Vergleich auch in dieser Darstellung ermittelt. Dabei wird folgendermaßen vorgegangen: Die mit der PWA ermittelten Elemente der Spin-Dichtematrix werden mit Gleichung (4.43) in das Adairsystem transformiert und anschließend mit (4.51)-(4.53) in die Multipolparameter umgerechnet. Für die Auswertung der Zerfallswinkel werden dagegen die Vierervektoren der Pionen zunächst in das Adairsystem transformiert und anschließend eine neue Anpassung mit Gleichung 4.44 durchgeführt, welche nach der Substitution der Matrixelemente folgende Form annimmt:

$$W(\cos\theta,\phi) = \frac{1}{4\pi}\Big(1 - \sqrt{\frac{5}{2}}\,t_0^2\,(3\cos^2\theta - 1) + \sqrt{15}\,t_1^2\,\sin(2\theta)\cos\phi - \sqrt{15}\,t_2^2\,\sin^2\theta\cos 2\phi\Big) \tag{5.2}$$

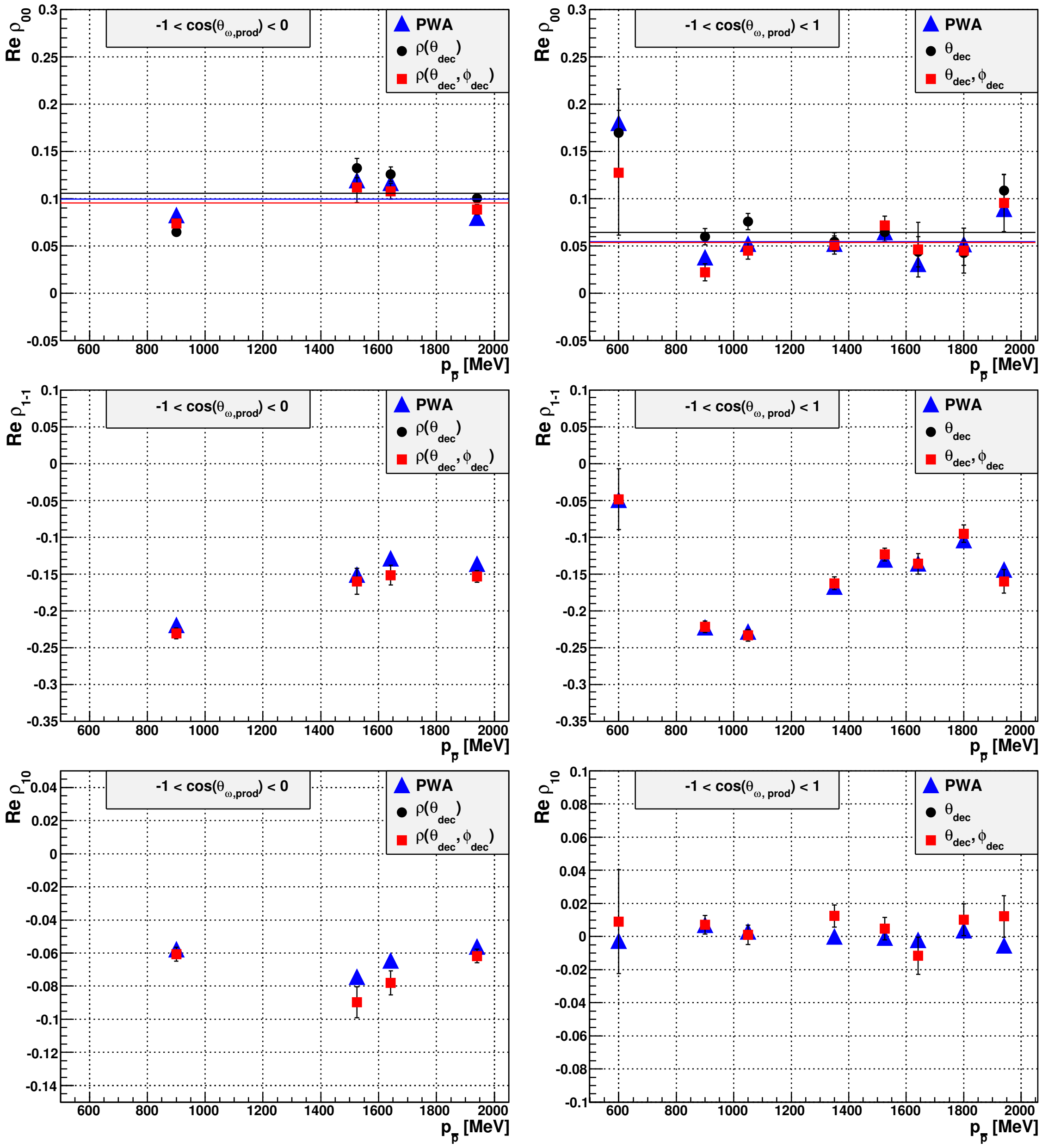
Diese unterschiedlichen Vorgehen dienen als Gegenprobe und zur Vermeidung eines systematischen Fehlers bei der Transformation. Die Resultate sind in Abbildung 5.10 für alle vier Strahlimpulse dargestellt.

Bei dem Vergleich mit den entsprechenden Grafiken in der genannten Veröffentlichung (Abbildung 5.11) fallen zunächst die umgekehrten Vorzeichen von t_0^2 und t_2^2 sowie deutliche quantitativen Unterschiede auf. Dies ist möglicherweise lediglich auf unterschiedliche Konventionen zurückzuführen. Eine korrekte und eindeutige Normierung der Ergebnisse dieser Arbeit ist zumindest bei der Darstellung in Form der Spin-Dichtematrix garantiert. Darüber hinaus gibt es aber im Verlauf der Produktionswinkelabhängigkeiten deutliche Ähnlichkeiten: Der Parameter t_0^2 ist jeweils von einem zentralen Peak geprägt, wobei sich die Nebenmaxima im Fall von $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$ auf bei [A$^+$02] auszubilden scheint. t_1^2 verhält sich jeweils antisymmetrisch bezüglich $\cos(\theta_p) = 0$. Die Verschiebung der Position des linken Maximums bei Erhöhung des Strahlimpulses ist in beiden Arbeiten nachvollziehbar. Der Multipol-Parameter t_2^2 schließlich besitzt jeweils ein zentrales Maximum sowie zwei ausgeprägte Peaks an den Randbereichen. Eine strahlimpulsabhängige Verschiebung der Positionen dieser Peaks von $\cos(\theta_p) \approx -0{,}9$ bei $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$ bis $\cos(\theta_p) \approx -0{,}75$ bei $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$ kann auch hier in beiden Fällen beobachtet werden. Diese Übereinstimmungen unterstützen die in dieser Arbeit gewonnenen Resultate qualitativ. Letztere scheinen aber geringeren statistischen Schwankungen ausgesetzt zu sein als diejenigen der genannten Veröffentlichung. Insbesondere ist auch die Übereinstimmung der Ergebnisse aus der Partialwellenanalyse mit denjenigen aus der Analyse der Winkelverteilung besser.

5.5 Einfluss von Untergrund und Kalibrierung des EMC

Bei der Datenselektion wurde großer Wert auf eine effiziente Untergrunderkennung sowie eine möglichst gute Kalibrierung des elektromagnetischen Kalorimeters gelegt. Beides kann systematischen Einfluss auf die analysierten Daten und damit auch auf die ermittelten Werte der Spin-Dichtematrix haben. Um eine quantitative Abschätzung über diesen Einfluss zu gewinnen, wurden hierzu am Beispiel des Zerfallskanals $\omega \to \pi^0\gamma$ Untersuchungen durchgeführt.

Abbildung 5.12(a) zeigt die mit der Partialwellenanalyse ermittelten und über den Produktionswinkel integrierten Werte von ρ_{00} mit und ohne Berücksichtigung der



(a) (b)

Abbildung 5.9: **Die über den Produktionswinkel gemittelten Elemente $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix abhängig vom Strahlimpuls**. *(a): $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$, (b): $\omega \to \pi^0\gamma$. Das über den Strahlimpuls gemittelte Elemente $\Re\rho_{00}$ wird zudem als horizontale Linie dargestellt. Aufgrund der begrenzten Akzeptanz der JDC wurden die Matrixelemente für den Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ nur über* $\cos(\theta_p) = -1..0$ *integriert. Die angegebenen Fehler sind nur statistischer Natur.*

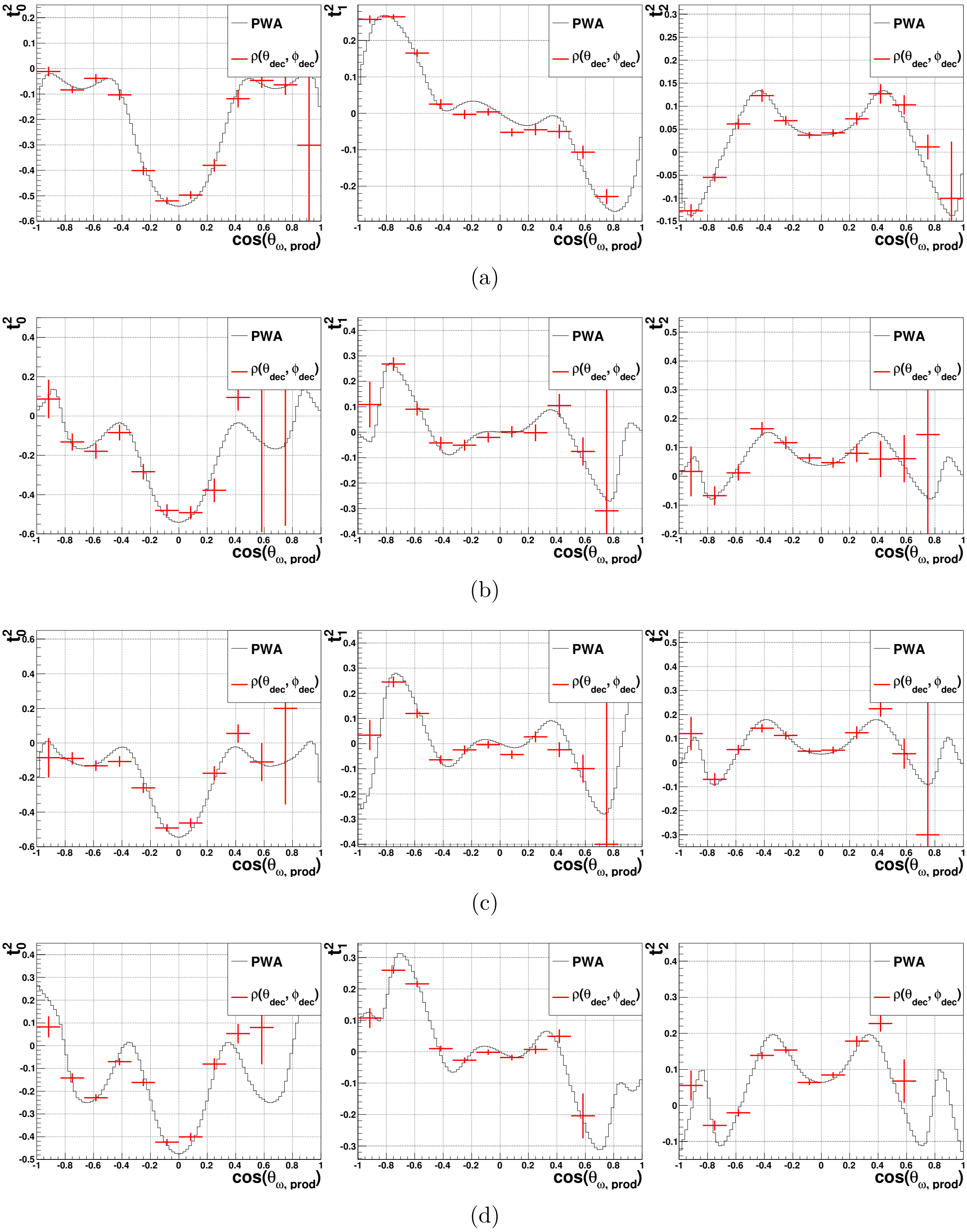
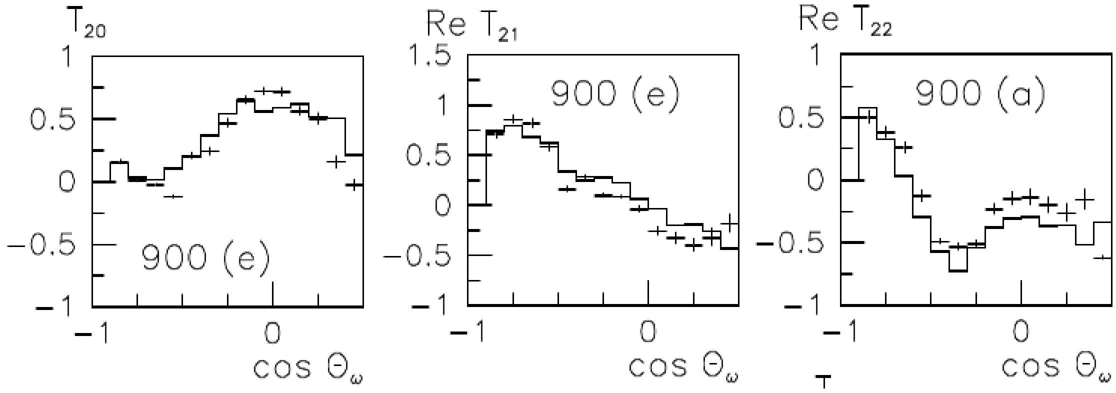
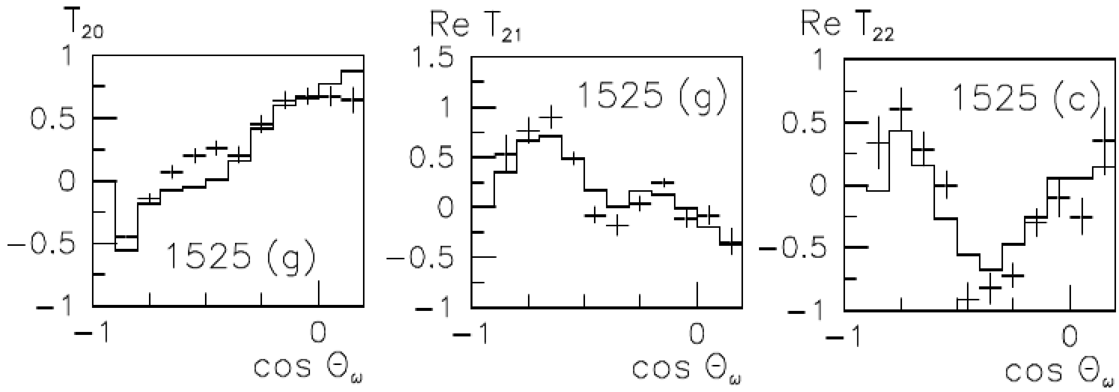


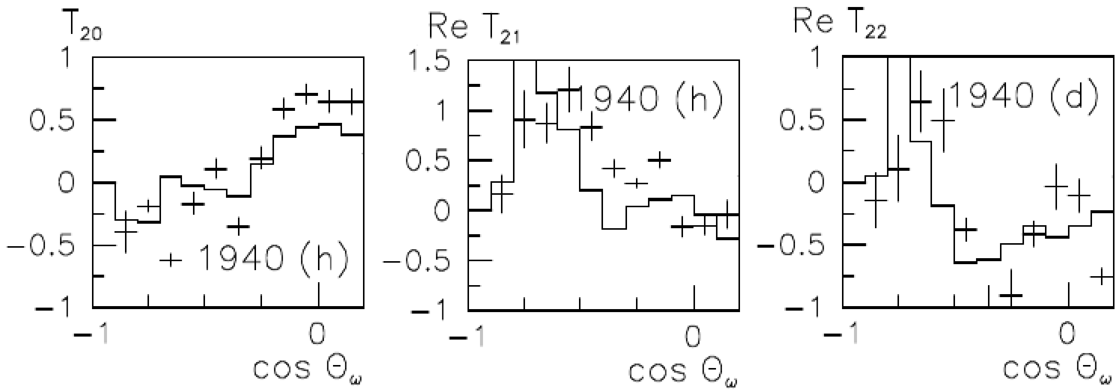
Abbildung 5.10: **Multipolparameter t_0^2, t_1^2 und t_2^2 des ω-Mesons im Adairsystem für den Zerfall $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ und die Strahlimpulse 900 MeV/c (a), 1525 MeV/c (b), 1642 MeV/c (c) und 1940 MeV/c (d).**



(a)



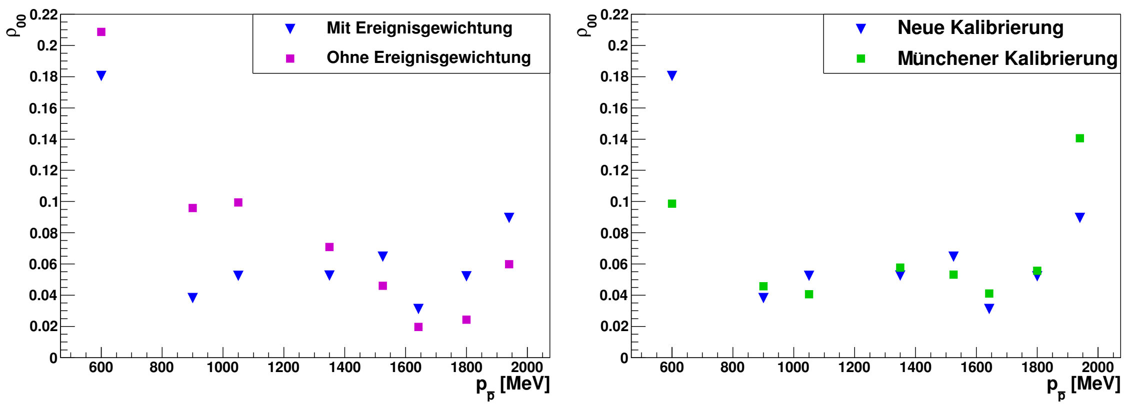
(b)



(c)

Abbildung 5.11: **Multipolparameter t_0^2, t_1^2 und t_2^2 des ω-Mesons nach [A⁺02] für den Zerfall $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ und die Strahlimpulse 900 MeV/c (a), 1525 MeV/c (b), und 1940 MeV/c (c).**

Ereignisgewichte. Wie hier deutlich wird, hat der Untergrund erheblichen Einfluss auf die Resultate, im Falle des Strahlimpulses $p_{\overline{\text{p}}} = 900\,\text{MeV/c}$ etwa erhöht sich ρ_{00} um mehr als 100%. Generell ist eine Erhöhung der Werte dieses Elementes bei niedrigen Strahlimpulsen und eine Verringerung bei hohen Strahlimpulsen beobachtbar, was eine systematische Strahlimpulsabhängigkeit suggeriert. Letztere wurde in ähnlicher Form in [Pav10] beobachtet, wobei dort online verfügbare, vorselektierte Vierervektoren zur Analyse verwendet wurden.[1] Der Grund für diese Systematik wird bei Betrachtung der Dalitz-Plots in Abbildung 3.7 ersichtlich: Bei einem geringen Strahlimpuls liegt die Überlagerung des Untergrundes etwa in der Mitte des ω-Bandes, bei einem hohen Strahlimpuls dagegen am Rand. Dies verändert die Krümmung der Zerfallswinkelverteilung in entsprechend unterschiedlicher Weise und wirkt sich offensichtlich auch auf die PWA aus. Dieses Ergebnis zeigt, dass der Untergrundbeitrag nicht vernachlässigbar ist und rechtfertigt das aufwendige, in Abschnitt 3.3.3 vorgestellte Verfahren zur Untergrunderkennung.



(a) (b)

Abbildung 5.12: **Einfluss von Untergrund (a) und EMC-Kalibrierung (b) auf das mit der PWA bestimmten ρ_{00}-Element für $\omega \to \pi^0\gamma$.**

Um den Einfluss der Kalibrierung des elektromagnetischen Kalorimeters zu untersuchen, wurden die Daten auch mit der Münchener Kalibrierung selektiert und mit diesen erneut die PWA durchgeführt. Der Vergleich mit der in Abschnitt 3.2.4 beschriebenen neuen Kalibrierung ist in Abbildung 5.12(b) zu sehen. Die große Abweichung bei $p_{\overline{\text{p}}} = 600\,\text{MeV/c}$ ist wegen der sehr geringen Statistik nicht sehr aussagekräftig. Bei $p_{\overline{\text{p}}} = 900\,\text{MeV/c}$ bis $p_{\overline{\text{p}}} = 1800\,\text{MeV/c}$ zeigt sich dagegen eine vergleichsweise gute Übereinstimmung mit Abweichungen von höchstens $\Delta\rho_{00} \approx 0{,}01$. Eine Systematik ist dabei nicht feststellbar. Der sehr hohe Wert von ρ_{00} bei $p_{\overline{\text{p}}} = 1940\,\text{MeV/c}$ ist möglicherweise ein Hinweis darauf, dass die Münchener Energiekorrektur für die

[1] Abrufbar unter http://pwa.hiskp.uni-bonn.de/data_in_flight.html

Strahlzeit 1995 weniger geeignet ist. Da eine ähnliche Tendenz aber auch bei der für diese Arbeit durchgeführten Kalibrierung vorliegt, ist auch diese möglicherweise noch nicht optimal.

5.6 Beitragende Partialwellen

Die bislang vorgestellten Ergebnisse wurden mit der Partialwellenanalyse unter Einbezug aller nach Abschnitt 4.1.2 möglichen Wellen gewonnen. Möglicherweise verkleinern allerdings weitere physikalische Phänomene den Satz beitragender Wellen zusätzlich. Zwar sollte dies, wie bereits erwähnt, keinen wesentlichen Einfluss auf die Bestimmung der Spin-Dichtematrizen haben, dennoch wären Informationen über die tatsächlichen Beiträge einzelner Partialwellen wünschenswert. Aus den gewonnenen Fit-Parametern lassen sich diese jedoch nicht zuverlässig ermitteln: Da die den Wirkungsquerschnitt beschreibende Hypothese möglicherweise eine zu hohe Anzahl freier Parameter enthält, werden die angepassten Amplituden der unphysikalischen Wellen nicht zwangsweise sehr klein. Ein Hinweis hierauf war während der Analysen, dass verschiedene Startparameter nach Konvergenz zu unterschiedlichen Werten für die Amplituden und Phasen, aber zu einem identischen Likelihood führten.

Um bessere Aussagen über die beitragenden Partialwellen zu erhalten, wurde hier die folgende, heuristische Methode erdacht und angewendet: Zunächst wird nur eine Partialwelle zugelassen und diejenige gesucht, welche zum geringsten NLL führt. Im nächsten Iterationsschritt wird eine zweite Welle so ausgewählt, dass in Kombination mit der bereits zugelassenen Welle wiederum der NLL minimal ist. Das Verfahren wird fortgesetzt bis alle Wellen zugelassen sind. Anhand der Änderung des Likelihood bei jeder Iteration können Aussagen über die Signifikanz der hinzugefügten Welle gemacht werden, wobei der *Likelihood-Quotienten-Test* [BZ10] verwendet wird. Ein bestimmter Satz an Wellen wird dabei als Nullhypothese mit n_0 Parametern betrachtet, welche zum Likelihood $\mathcal{L}_0$ führt. Diese ist Spezialfall einer allgemeineren Hypothese mit einer weiteren zugelassenen Welle und n_A Parametern, welche zum Likelihood $\mathcal{L}_A$ führt. Damit wird die Größe

$$D = -2 \cdot (\ln \mathcal{L}_0 - \ln \mathcal{L}_A) \tag{5.3}$$

definiert, welche sich näherungsweise wie eine χ^2-Verteilung mit $\Delta n = n_A - n_0$ freien Parametern verhält.[2] Hiermit kann der entsprechende p-Wert und – unter Verwendung der inversen, komplementären Fehlerfunktionen – die Signifikanz σ berechnet werden. Aufgrund der Interferenzen zwischen Wellen innerhalb der kohärenten Summen ist die beschriebene Methode nicht exakt, könnte aber dennoch Hinweise auf die beitragenden Wellen liefern.

[2] Δn nimmt die Werte 1 oder 2 an, je nachdem ob die Phase der hinzugefügten Welle fixiert wird oder frei bleibt.

In Tabelle 5.2 und 5.3 sind die Ergebnisse für den Strahlimpuls $p_{\overline{p}} = 900$ MeV/c aufgelistet. Diejenigen für die übrigen Strahlimpulse finden sich in Anhang A.5. Von oben nach unten sind die sukzessiv hinzugefügten Wellen aufgeführt, sowie der NLL und die Signifikanz gegenüber der jeweils vorhergegangenen Zusammenstellung von Wellen. Bei der Angabe des NLL ist zu beachten, dass die Genauigkeit durch die Ausgabe der PWA-Software begrenzt war, allerdings ausreicht, um die Signifikanz auf $< 0{,}1\,\sigma$ aufzulösen. Wie zu sehen ist, haben die jeweils zuletzt hinzugefügten Wellen nur einen geringen Beitrag zum Likelihood. Bei der Reaktion $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und dem Strahlimpuls $p_{\overline{p}} = 900$ MeV/c etwa haben die letzten vier Wellen eine Signifikanz von unter $0{,}1\,\sigma$. Es ist eine Tendenz zu beobachten, dass für ein bestimmtes J^{PC} diejenigen Wellen mit jeweils geringerem L oder l signifikanter sind. In fast allen Fällen ist der Beitrag der Wellen $1^{--}, L = 2$ und $1^{+-}, l = 0/2$ vernachlässigbar. Dagegen tragen $1^{--}, L = 0$ und $2^{--}, l = 1$ fast immer stark bei. Neben diesen Regelmäßigkeiten lassen sich allerdings auch widersprüchliche Resultate beobachten: Die Welle $3^{--}, L = 4$ hat bei dem Strahlimpuls 900 MeV/c und $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ eine verschwindende, bei $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ dagegen eine sehr hohe Signifikanz.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	−1811,79	
3^{+-}	3	0	2	−4927,35	$> 10\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−5857,8	$> 10\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−6112,1	$> 10\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−6210,55	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	−6247,1	$8{,}27\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	−6254,25	$3{,}36\,\sigma$
2^{--}	2	1	1	−6256,95	$1{,}83\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−6258,7	$1{,}36\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−6258,7	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−6258,7	$< 0{,}1\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−6258,7	$< 0{,}1\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−6258,7	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle 5.2: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 900$ MeV/c

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
4^{--}	4	1	3	−710,57	
3^{--}	2	1	3	−4138,73	$> 10\,\sigma$
1^{--}	0	1	1	−4552,02	$> 10\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−4843,9	$> 10\,\sigma$
2^{--}	2	1	1	−4968,13	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−5095,55	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−5144,35	$9{,}62\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	−5144,35	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−5144,35	$< 0{,}1\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−5144,35	$< 0{,}1\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−5158,7	$5{,}0\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−5158,7	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−5158,7	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle 5.3: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 900$ MeV/c

Die Spin-Dichtematrizen wurden auch mit den reduzierten Sätzen von Wellen ermittelt. Hierbei zeigte sich, dass das Verwerfen der zuletzt hinzugefügten, wenig signifikanten Wellen keinerlei Auswirkungen auf die resultierenden Matrixelemente hatte. Dies ist in Abbildung 5.13 für das Beispiel $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 900$ MeV/c dargestellt. Hier wird deutlich, dass die letzten vier Wellen nach Tabelle 5.2, welche eine Signifikanz von $< 0{,}1\,\sigma$ aufweisen, keinen Einfluss auf die Werte des Elementes $\Re\rho_{00}$ haben. Dies zeigt, dass die genaue Bestimmung der Spin-Dichtematrix lediglich eine gute Anpassung der Hypothese an die Daten erfordert und somit auch bei einer zu hohen Zahl an Parametern möglich ist. Das Verwerfen der Wellen $2^{--}, l = 1$ und $4^{--}, l = 5$ mit Signifikanzen von $1{,}83\,\sigma$ bzw. $1{,}36\,\sigma$ dagegen führt zu deutlich sichtbaren Änderungen des Matrixelementes.

Die mit den reduzierten Wellensätzen erhaltenen Werte der Amplituden und Phasen sollten eher die Physik widerspiegeln und sind zudem nach der Anpassung eindeutiger. Daher werden diese Fit-Parameter in Anhang A.6 angegeben. Bei der Auswahl der Wellen wurde dabei gefordert, dass die zuletzt hinzugefügten Wellen mindestens eine Signifikanz von $0{,}5\,\sigma$ aufweisen müssen.

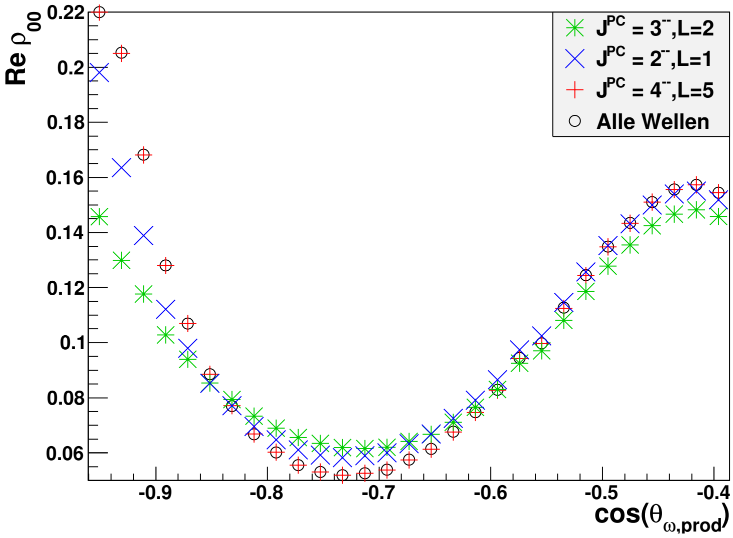


Abbildung 5.13: **Ausschnitt des Matrixelementes $\Re\rho_{00}$ für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\bar{p}}$ =900 MeV/c bei reduzierten Sätzen von Wellen.** Die Resultate der PWA sind für die nach Tabelle 5.2 zuletzt hinzugefügten, noch signifikanten Wellen dargestellt. Die Kreise zeigen zudem $\Re\rho_{00}$, wenn alle Wellen erlaubt sind.

Kapitel 6

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde eine Partialwellenanalyse (PWA) der Reaktion $\overline{\text{p}}\text{p} \to \omega\pi^0$ mit dem anschließenden Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $\omega \to \pi^0\gamma$ durchgeführt. Hierfür wurde die für das $\overline{\text{P}}$ANDA-Experiment entwickelte PWA-Software verwendet. Die analysierten Daten stammen von dem bis 1996 betriebenen Crystal Barrel-Experiment am LEAR (CERN) und wurden neu selektiert. Dabei standen verschiedene Strahlimpulse zwischen $p_{\overline{\text{p}}} = 600\,\text{MeV/c}$ bis $p_{\overline{\text{p}}} = 1940\,\text{MeV/c}$ zur Verfügung. Besonderer Wert wurde bei der Selektion auf eine Behandlung des Untergrundes gelegt, wobei eine neuartige Analysetechnik verwendet wurde, die eine Erweiterung der Seitenbandsubtraktion darstellt.

Mit der PWA wurden die maximal beitragenden Bahndrehimpulse L_{max} des Antiproton-Proton-Systems ermittelt. Bei dem Strahlimpuls $p_{\overline{\text{p}}} = 600\,\text{MeV/c}$ gilt L_{max}=3, für $p_{\overline{\text{p}}} = 900\,\text{MeV/c}$ und $p_{\overline{\text{p}}} = 1050\,\text{MeV/c}$ gilt L_{max}=4 und für alle höheren untersuchten Impulse L_{max}=5. Diese Ergebnisse sind konsistent mit den Bestimmungen von J_{max} aus früheren Partialwellenanalysen.

Wesentliches Ziel der Arbeit war die Bestimmung der Spin-Dichtematrix $\rho_{mm'}$ des ω-Mesons. Für das Element $\Re\rho_{00}$ ergab sich ein Mittelwert von $\Re\rho_{00} \approx 8\,\% - 10\,\%$ ($\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$) bzw. $\Re\rho_{00} \approx 6\,\%$ ($\omega \to \pi^0\gamma$). Die Helizität $\lambda = 0$ ist somit gegenüber $\lambda = \pm 1$ deutlich unterdrückt und es liegt ein starkes *Alignment* vor. Bei der Produktionswinkelabhängigkeit zeigte sich ein vollständiges Alignment ($\Re\rho_{00} = 0$) bei $\cos(\theta_{\omega,prod}) = 0$, während die Helizität $\lambda = 0$ bei $\cos(\theta_{\omega,prod}) \approx \pm 0{,}4$ besonders häufig auftritt. Die Elemente der Spin-Dichtematrix wurden ebenfalls anhand einer Anpassung der Zerfallswinkelverteilung des ω-Mesons ermittelt und die Ergebnisse mit denen aus der Partialwellenanalyse verglichen. Hierbei ergaben sich sehr gute Übereinstimmungen. Weiterhin zeigten sich bei einem Vergleich mit vorhergegangener Analysen der Reaktion $\overline{\text{p}}\text{p} \to \omega\pi^0$ deutliche qualitative Übereinstimmungen bei den ermittelten Produktionswinkelabhängigkeiten der Matrixelemente bzw. Multipolparameter.

Weitere Untersuchungen zeigten, dass ein in den Daten verbleibender Untergrund zu erheblichen systematischen Fehlern von bis zu 100 % (relativ) bei der Bestimmung des $\Re\rho_{00}$-Elementes führen kann. Eine wie in dieser Arbeit durchgeführte, aufwändige Behandlung des Untergrundes ist damit für die zuverlässige Ermittlung der Spin-Dichtematrix erforderlich. Keinen Einfluss hat dagegen die Verwendung von nicht beitragenden Wellen in der Anpassung.

Literaturverzeichnis

[A$^+$85] Aker, E. u. a.: The Crystal Barrel: Meson Spektroscopy at LEAR with a 4π-Neutral and Charged Detector, Proposal. In: *CERN-PSCC-85-57* (1985)

[A$^+$92] Aker, E. u. a.: The Crystal Barrel Spektrometer at LEAR. In: *Nuclear Instruments and Methods* A321 (1992), S. 69–108

[A$^+$02] Anisovich, A.V. u. a.: Combined analysis of meson channels with $I = 1, C = -1$ from 1940 to 2410 MeV. In: *Physics Letters B* 542 (2002), Nr. 1, S. 8–18

[AB05] Ablikim, M. ; BES Collaboration: Partial Wave Analysis of $\chi_{c0} \to \pi^+\pi^-K^+K^-$. In: *Physical Review D* 72 (2005), Nr. 9, S. 092002

[AT04] Amsler, C. ; Törnqvist, N.A.: Mesons beyond the naive quark model. In: *Physics Reports* 389 (2004), Nr. 2, S. 61–117

[Beu95] Beuchert, L.: *Untersuchungen zur $\overline{p}p$-Annihilation im Fluge am Crystal-Barrel-Detektor*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 1995

[Blu96] Blum, K.: *Density Matrix Theory and Applications.* Plenum Press, 1996

[BZ10] Bohm, G. ; Zech, G.: *Introduction to Statistics and Data Analysis for Physicists.* Verlag Deutsches Elektronen-Synchrotron, 2010

[Chu08] Chung, S.: Spin Formalisms. In: *CERN-71-08* (1971, aktualisiert 2008)

[Deg94] Degener, T.F.: *Untersuchungen elektromagnetischer Schauer im Crystal Barrel Kalorimeter mit künstlichen neuronalen Netzen*, Ruhr-Universität Bochum, Diplomarbeit, 1994

[Deg99] Degener, T.F.: *Analyse von Endzuständen der Antiproton-Proton Annihilation im Fluge*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 1999

[Fan57] Fano, U.: Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques. In: *Review of Modern Physics* 29 (1957), S. 74–93

[Gri08] Griffits, D.: *Introduction to Elementary Particles.* Wiley-VCH, 2008

[Hei00] Heinzelmann, M.: *Proton-Antiproton Annihilation into Three Pseudoscalar Mesons at 900 MeV/c*, Universität Zürich, Diss., 2000

[KKPR99] Koch, H. ; Kurilla, U. ; Peters, K. ; Ratajczak, M.: LEAR Crystal Barrel Experiment, PS 197 Energy Problem in Flight - Solutions and Implications. In: *CB-Note 343* (1999)

[Koc] Koch, H.: Helicity Amplitude for $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^0, \omega \rightarrow \pi^0\gamma, v3$, *unveröffentlicht* (2012). http://www-panda.gsi.de/db/notesDB/HK11-120321_dokumentv3.pdf

[Kur03] Kurilla, U.: *Analyse der Endzustände $\omega\pi^0$, $\omega\eta$ und $\omega\eta'$ in der Proton-Antiproton Annihilation im Fluge*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 2003

[Kut] Kutschke, R.: An Angular Distribution Cookbook, *unveröffentlicht* (1996). http://home.fnal.gov/~kutschke/Angdist/angdist.ps

[Lea01] Leader, E.: *Spin in Particle Physics*. Cambridge University Press, 2001

[Nak10] Nakamura, K. et al. (Particle Data Group): Review of Particle Physics. In: *Journal of Physics G* 37 (2010), Nr. 7A

[PAN08] PANDA Collaboration: Technical Design Report for $\overline{\text{P}}$ANDA Electromagnetic Calorimeter. In: *arXiv:0810.1216v1* (2008)

[PAN09] PANDA Collaboration: Physics Performance Report for: $\overline{\text{P}}$ANDA. In: *arXiv:0903.3905v1* (2009)

[Pav10] Pavlina, D.: *Untersuchung des $\omega\pi^0$-Endzustands bei der $\bar{p}p$-Annihilation im Fluge*, Ruhr-Universität Bochum, Bachelorarbeit, 2010

[Pet04] Peters, K.: A Primer on Partial Wave Analysis. In: *arXiv:hep-ph/0412069* (2004)

[Rat96] Ratajczak, M.: *Untersuchung geladener Endzustände der Antiproton-Proton-Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen*, Ruhr-Universität Bochum, Diplomarbeit, 1996

[Ric84] Richman, J.D.: An Experimenter's Guide to the Helicity Formalism. In: *CALT-68-1148* (1984)

[Sch96] Schmidt, P.: *Partialwellenanalyse der Proton-Antiproton Annihilation im Fluge in $K^+K^-\pi^0$*, Universität Hamburg, Diss., 1996

[SSW70] Schilling, K. ; Seyboth, P. ; Wolf, G.: On the Analysis of Vector-Meson Production by Polarized Photons. In: *Nuclear Physics* B15 (1970), S. 397–412

[UK98] Uman, I. ; Kortner, O.: A New Photon Energy Correction Function and the JDC z-Scaling for Inflight Data. In: *CB-Note 341* (1998)

[W+93] Weidenauer, P. u. a.: $N\overline{N}$ annihilation at rest into five pions. In: *Zeitschrift für Physik C* 59 (1993), S. 387–398

[WBM09] Williams, M. ; Bellis, M. ; Meyer, C.A.: Multivariate Side-Band Subtraction Using Probabilistic Event Weights. In: *Journal of Instrumentation* 4 (2009), Nr. 10, S. 10003

[Wil07] Williams, M.: *Measurement of Differential Cross Sections and Spin Density Matrix Elements along with a Partial Wave Analysis for $\gamma p \to p\omega$ using CLAS at Jefferson Lab*, Carnegie Mellon University, Diss., 2007

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Anhang

A.1 Daten der Pullverteilungen

Pull		Strahlimpuls [MeV/c] 600	900	1050	1350	1525	1642	1800	1940
ϕ	σ	1,008	1,012	1,000	0,995	1,025	0,999	1,008	1,016
	μ	0,0057	0,0003	-0,0020	-0,0004	0,0001	0,0005	0,0004	0,0009
θ	σ	0,9978	1,005	0,995	0,9755	1,015	1,021	1,023	1,169
	μ	-0,1043	-0,0617	-0,0649	-0,1352	0,0620	-0,0167	0,1675	0,2140
$\sqrt{E}$	σ	1,071	1,051	1,059	0,994	1,057	1,050	1,066	1,131
	μ	-0,0211	-0,0466	-0,0120	0,0875	0,0312	0,1084	-0,0781	-0,0505

Tabelle A.1: Breiten σ und Mittelwerte μ der Pullverteilungen der Größen ϕ, θ und $\sqrt{E}$ bei der Rekonstruktion der Endzustandsphotonen aus der Reaktion $\omega\pi^0 \to (\pi^0\gamma)\pi^0 \to 5\gamma$.

Pull		Impuls [MeV/c] 900	1525	1642	1940
ϕ	σ	1,049	1,034	1,045	1,032
	μ	-0,0004	-0,0019	-0,0036	0,0847
θ	σ	1,117	1,089	1,103	1,118
	μ	0,0155	0,0270	0,0392	0,2568
$\sqrt{E}$	σ	1,079	1,057	1,070	1,132
	μ	-0,0651	0,0946	0,1263	-0,1792

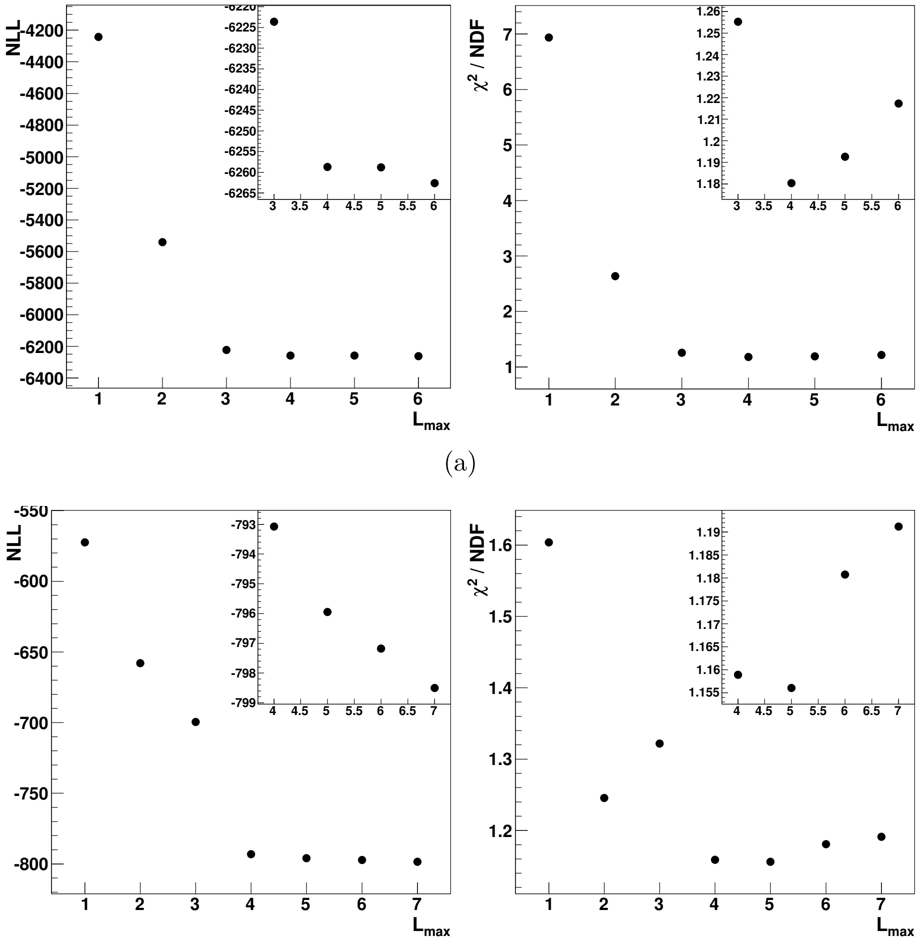
(a)

Pull		Impuls [MeV/c] 900	1525	1642	1940
ψ	σ	1,103	1,105	1,115	1,119
	μ	-0,003	-0,013	-0,004	-0,204
α	σ	1,104	1,098	1,108	1,104
	μ	-0,201	-0,224	-0,262	-0,120
$\tan\lambda$	σ	1,211	1,180	1,173	1,230
	μ	-0,007	0,090	0,134	0,475

(b)

Tabelle A.2: Breiten σ und Mittelwerte μ der Pullverteilungen (a) der Größen ϕ, θ und $\sqrt{E}$ sowie (b) der Größen ψ, α und $\tan\lambda$ bei der Rekonstruktion der Photonen bzw. geladenen Pionen aus der Reaktion $\omega\pi^0 \to (\pi^+\pi^-\pi^0)\pi^0 \to \pi^+\pi^-4\gamma$.

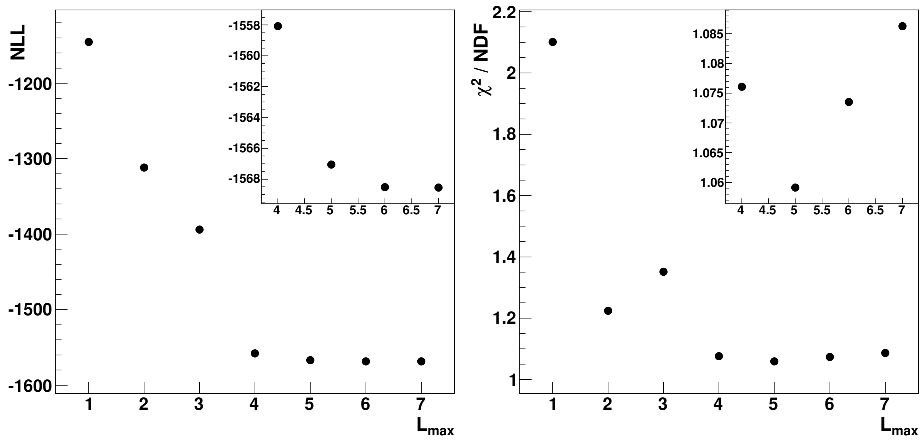
A.2 Verläufe des negativen logarithmischen Likelihoods und der χ^2-Werte



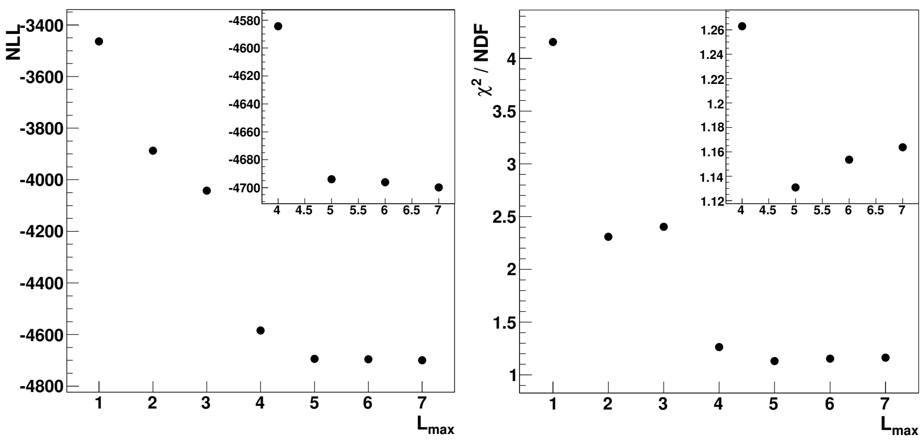
(a)

(b)

Abbildung A.1: **Verlauf des NLL und der χ^2-Werte für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\bar{p}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$ (a), $1525\,\mathrm{MeV/c}$ (b).**

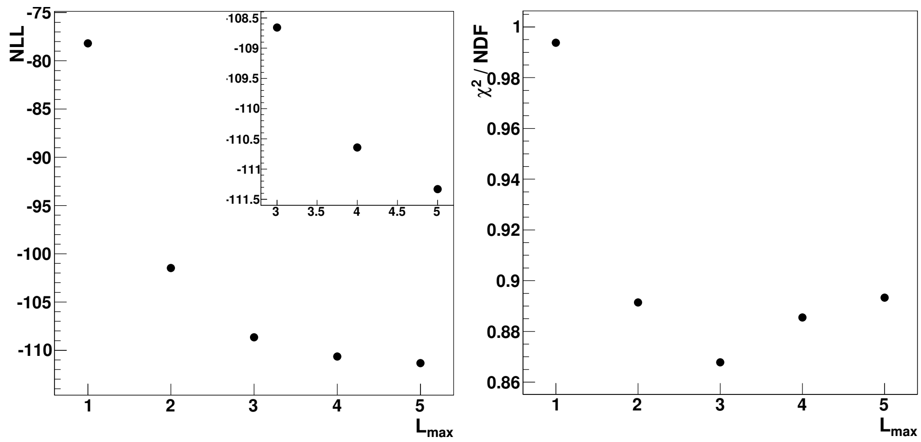


(a)

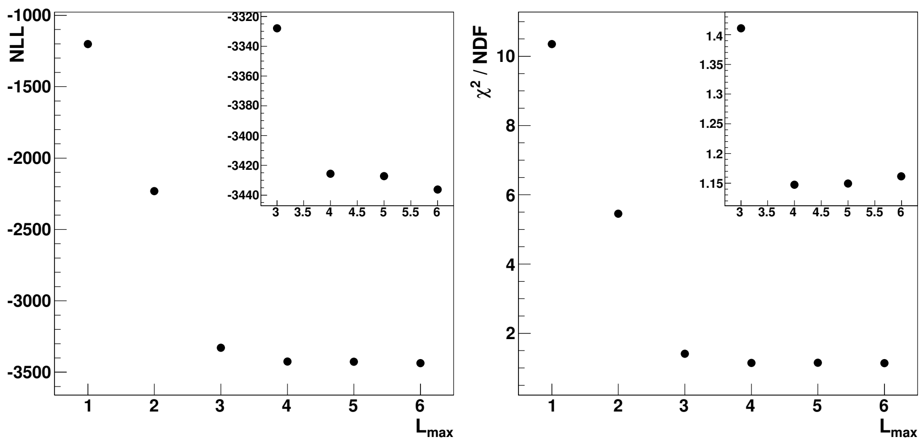


(b)

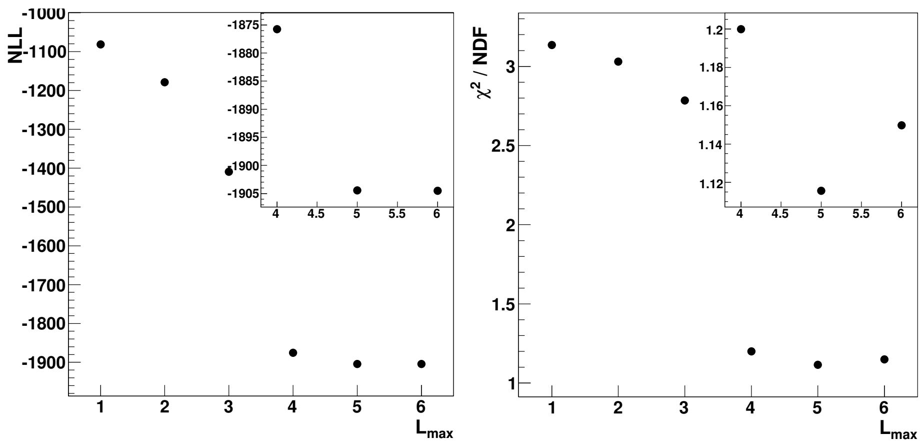
Abbildung A.2: **Verlauf des NLL und der χ^2-Werte für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$ (a), $1940\,\mathrm{MeV/c}$ (b).**



(a)

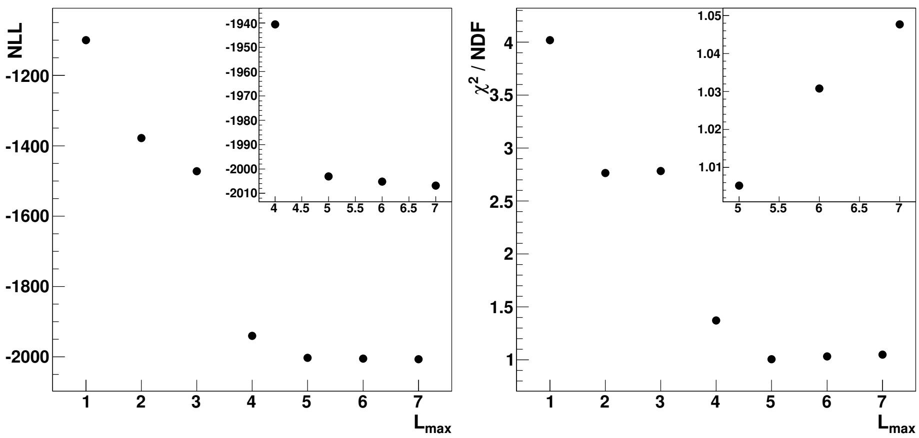


(b)

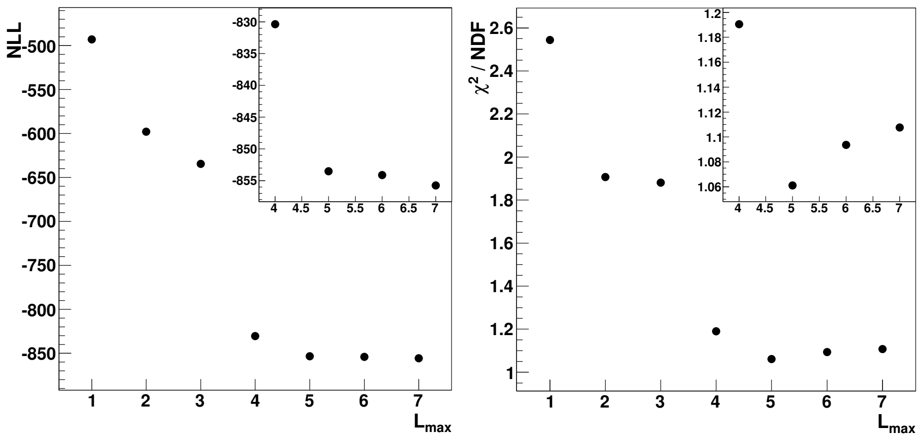


(c)

Abbildung A.3: **Verlauf des NLL und der χ^2-Werte für $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 600\,\mathrm{MeV/c}$ (a), $1050\,\mathrm{MeV/c}$ (b), $1350\,\mathrm{MeV/c}$ (c).**



(a)



(b)

Abbildung A.4: **Verlauf des NLL und der χ^2-Werte für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$ (a), $1642\,\mathrm{MeV/c}$ (b).**

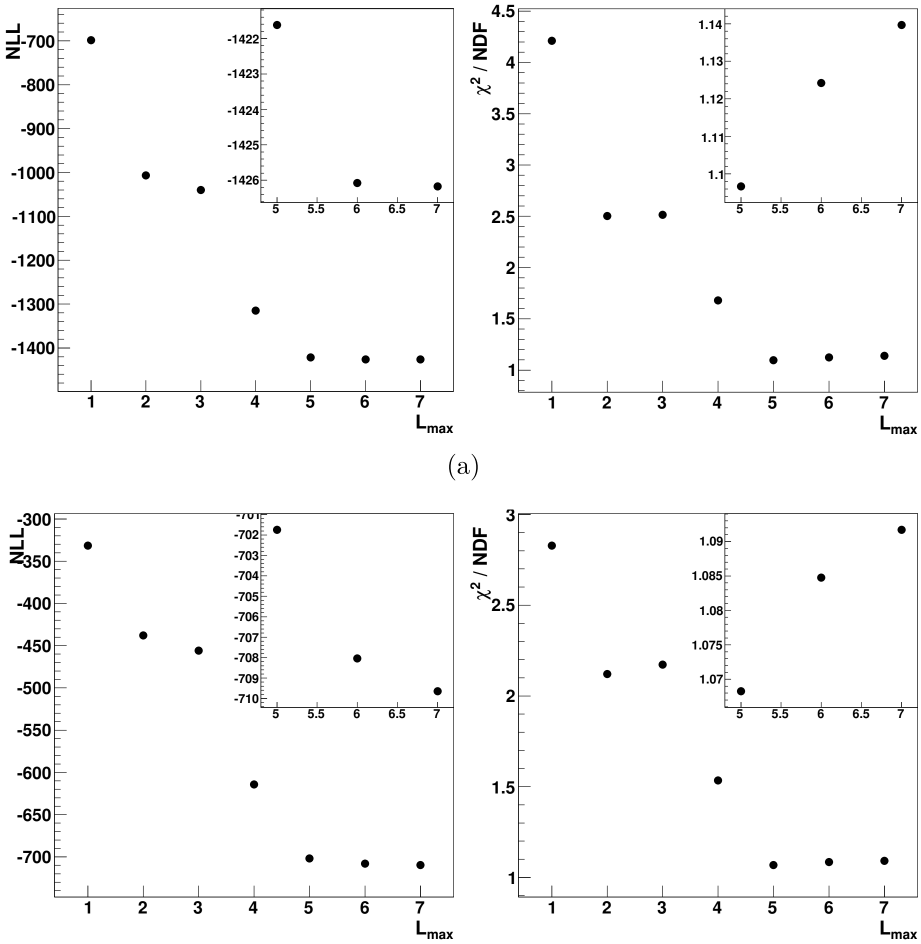


Abbildung A.5: **Verlauf des NLL und des χ^2-Wertes für $\omega \to \pi^0\gamma$ und 1800 MeV/c (a), $p_{\overline{p}} = 1940$ MeV/c (b).**

A.3 Winkelverteilungen

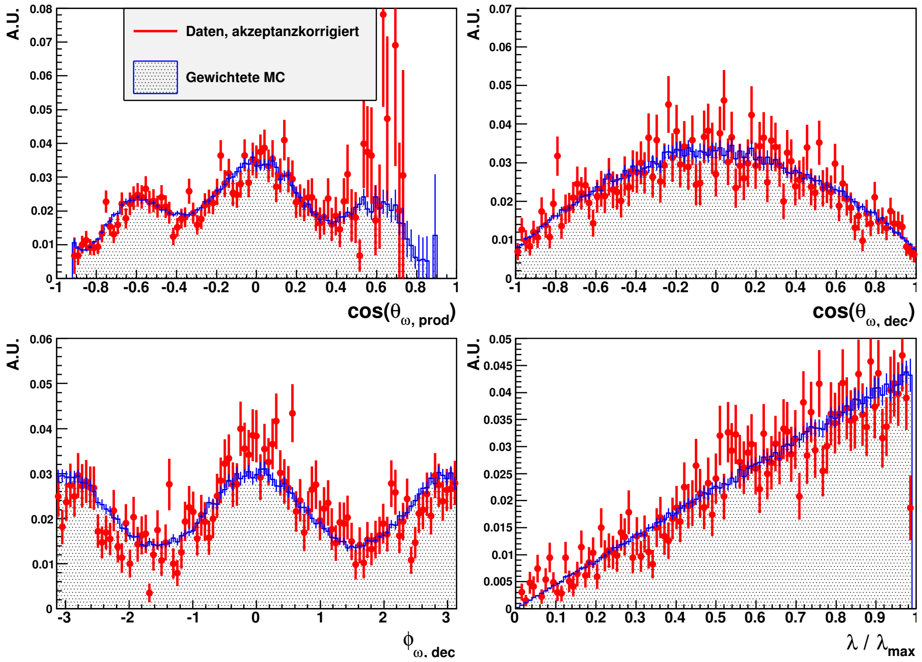


Abbildung A.6: **Winkelverteilungen und λ für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\bar{p}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$.**

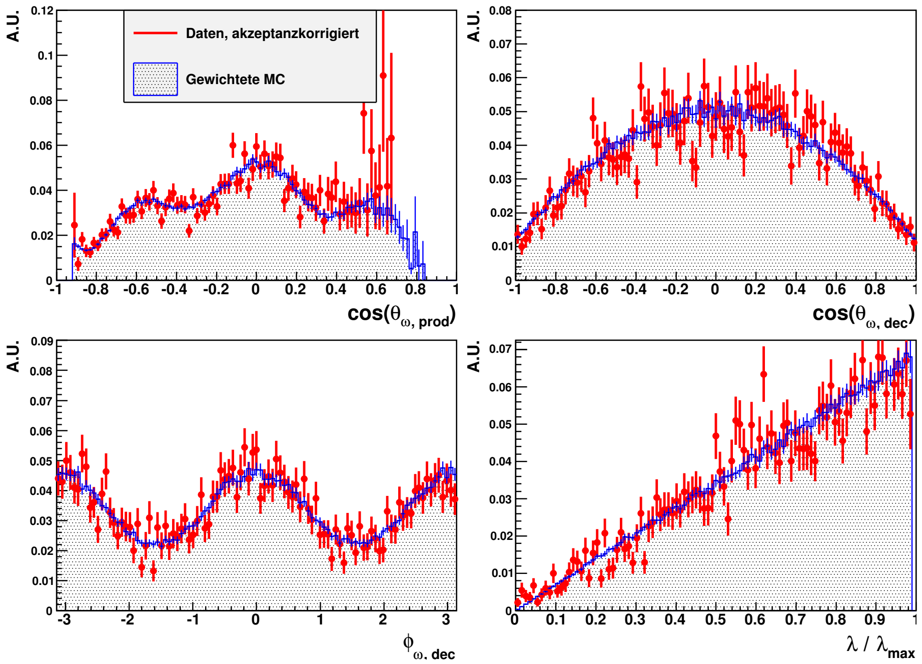


Abbildung A.7: **Winkelverteilungen und λ für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\bar{p}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.**

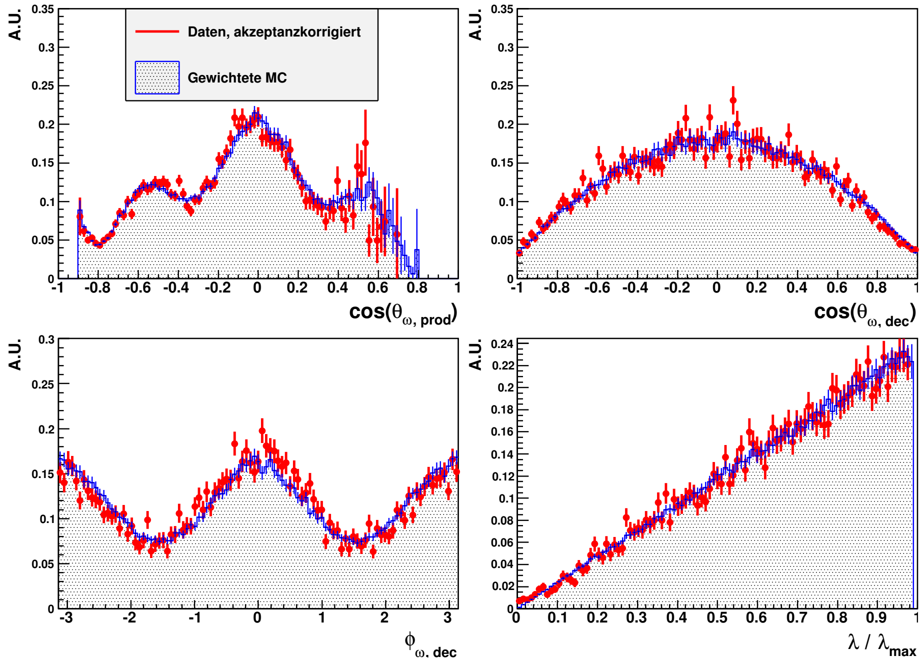


Abbildung A.8: **Winkelverteilungen und λ für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.**

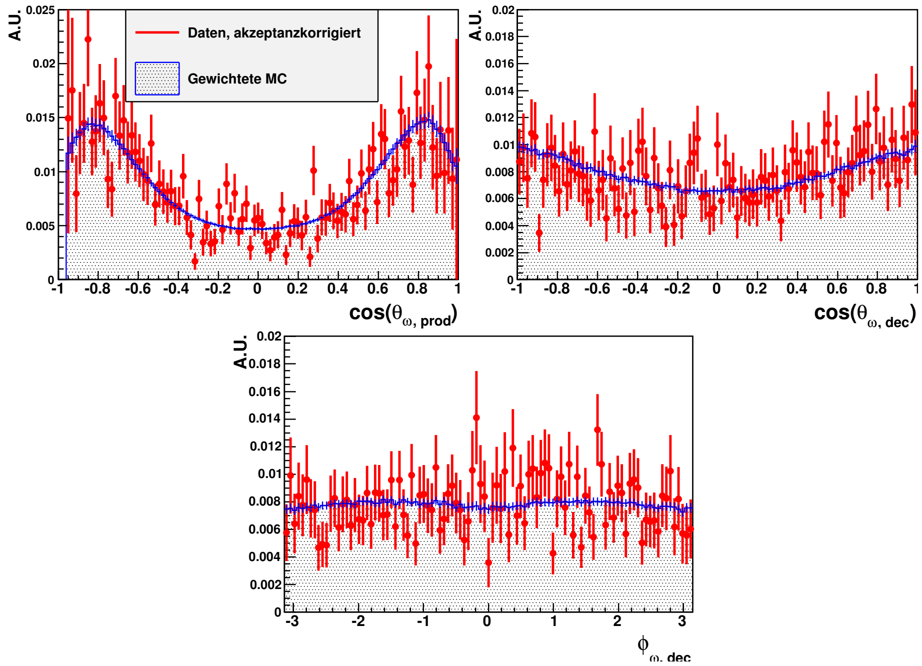


Abbildung A.9: **Winkelverteilungen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 600\,\mathrm{MeV/c}$.**

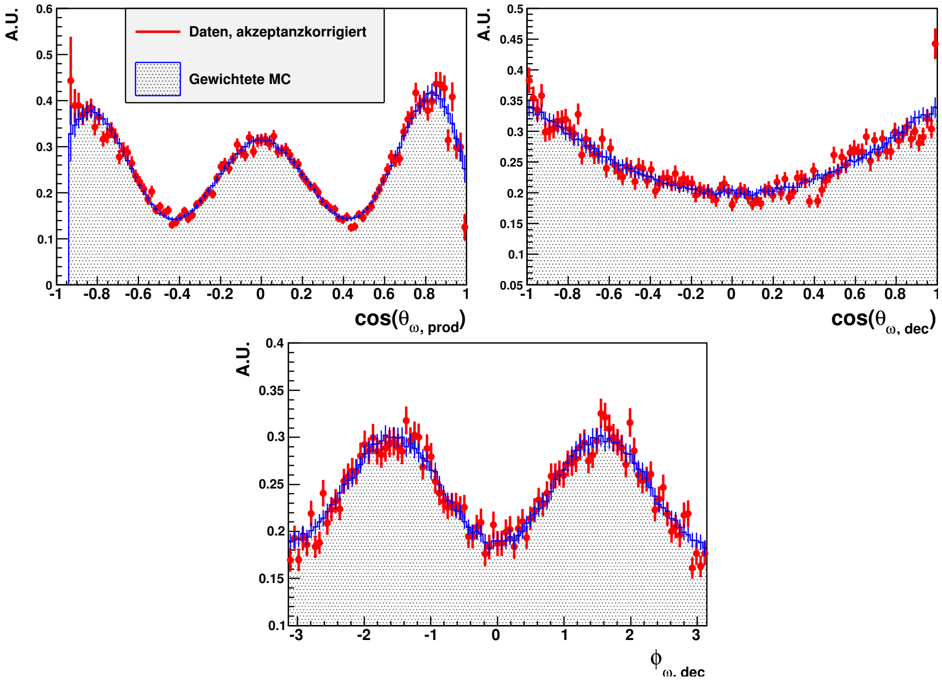


Abbildung A.10: **Winkelverteilungen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 1050\,\mathrm{MeV/c}$.**

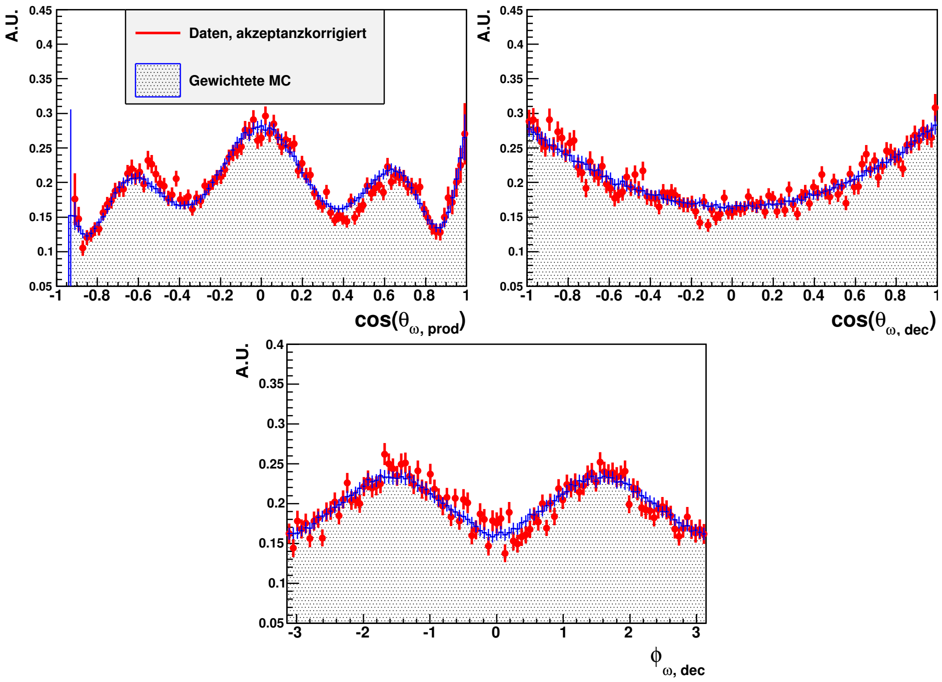


Abbildung A.11: **Winkelverteilungen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 1350\,\mathrm{MeV/c}$.**

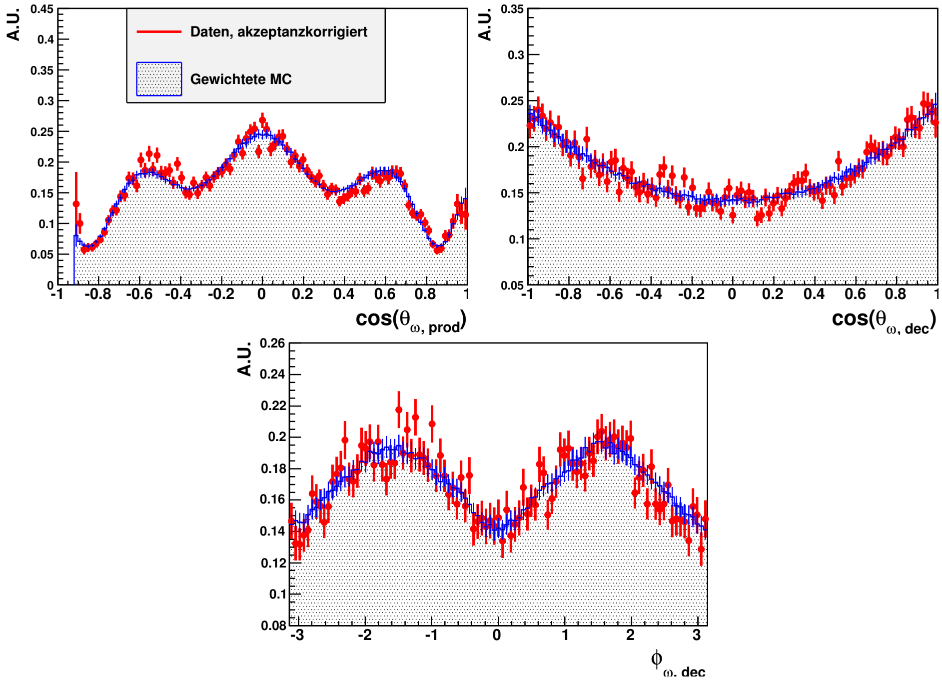


Abbildung A.12: **Winkelverteilungen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$.**

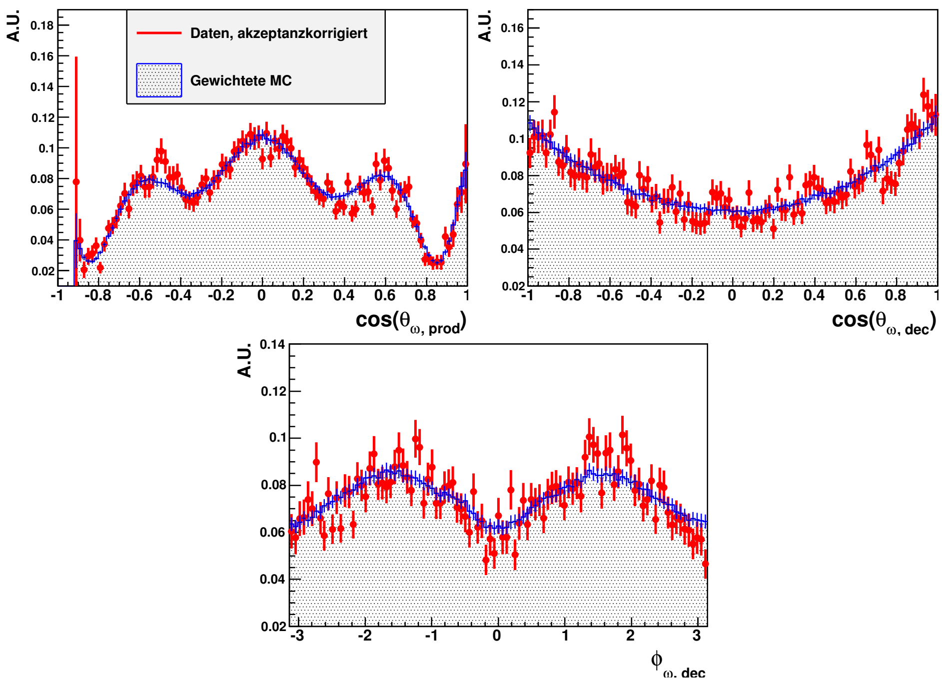


Abbildung A.13: **Winkelverteilungen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.**

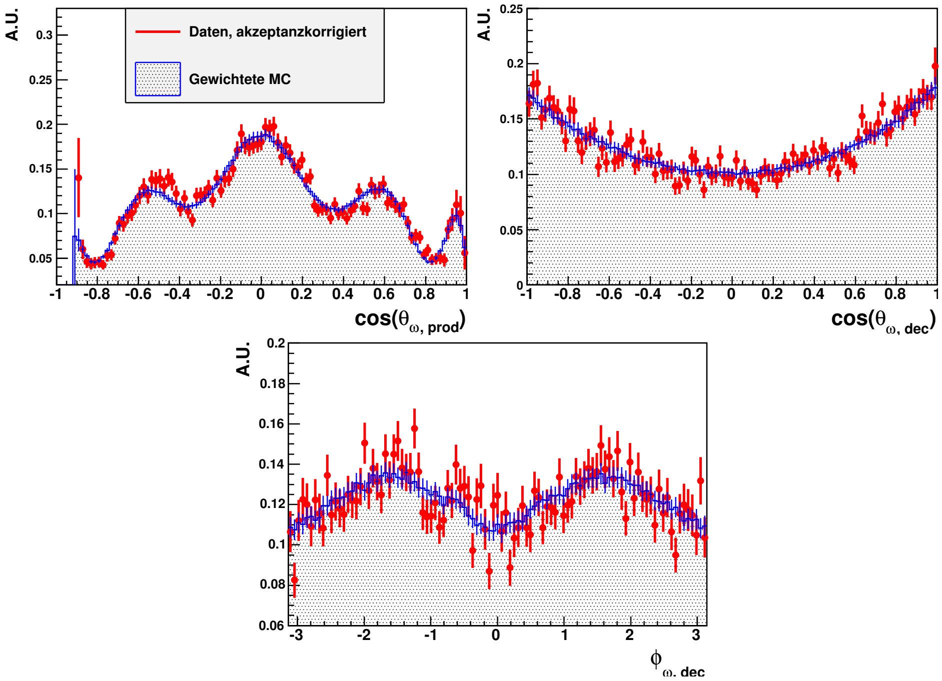


Abbildung A.14: **Winkelverteilungen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1800\,\mathrm{MeV/c}$.**

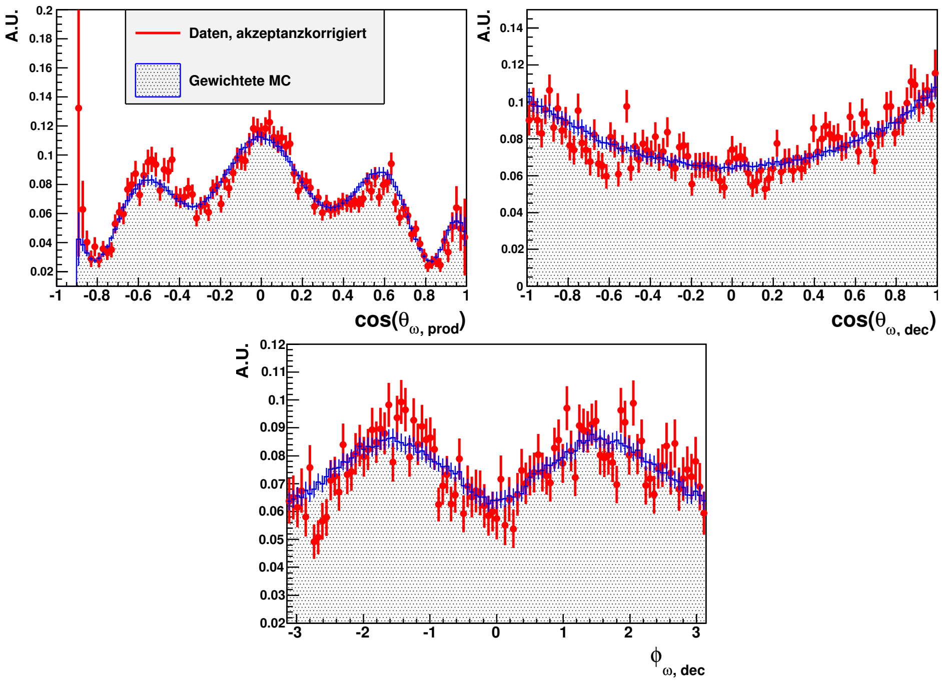


Abbildung A.15: **Winkelverteilungen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.**

A.4 Spin-Dichtematrizen

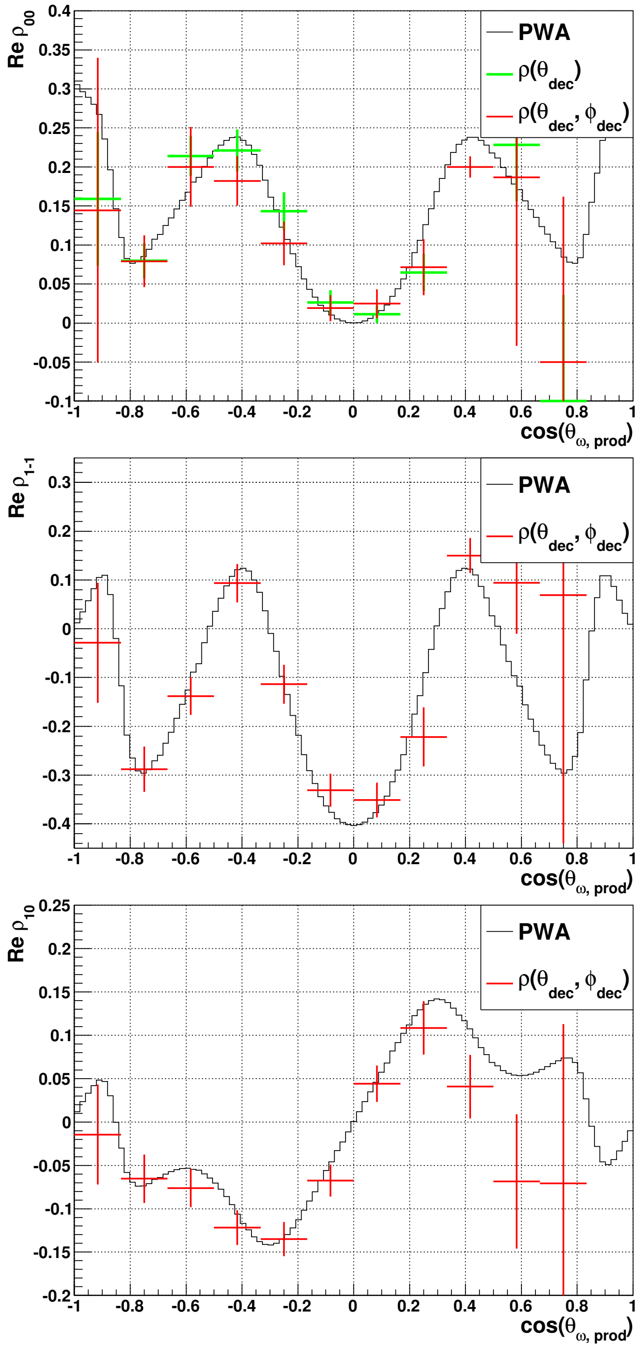


Abbildung A.16: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

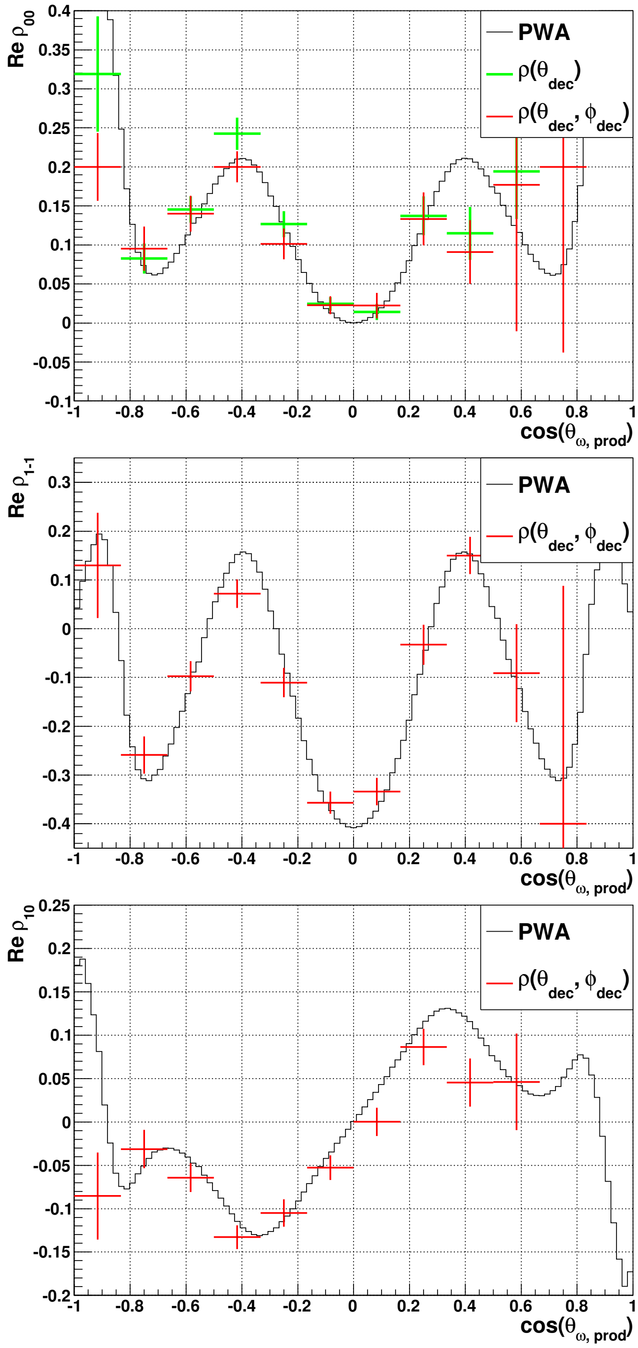


Abbildung A.17: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

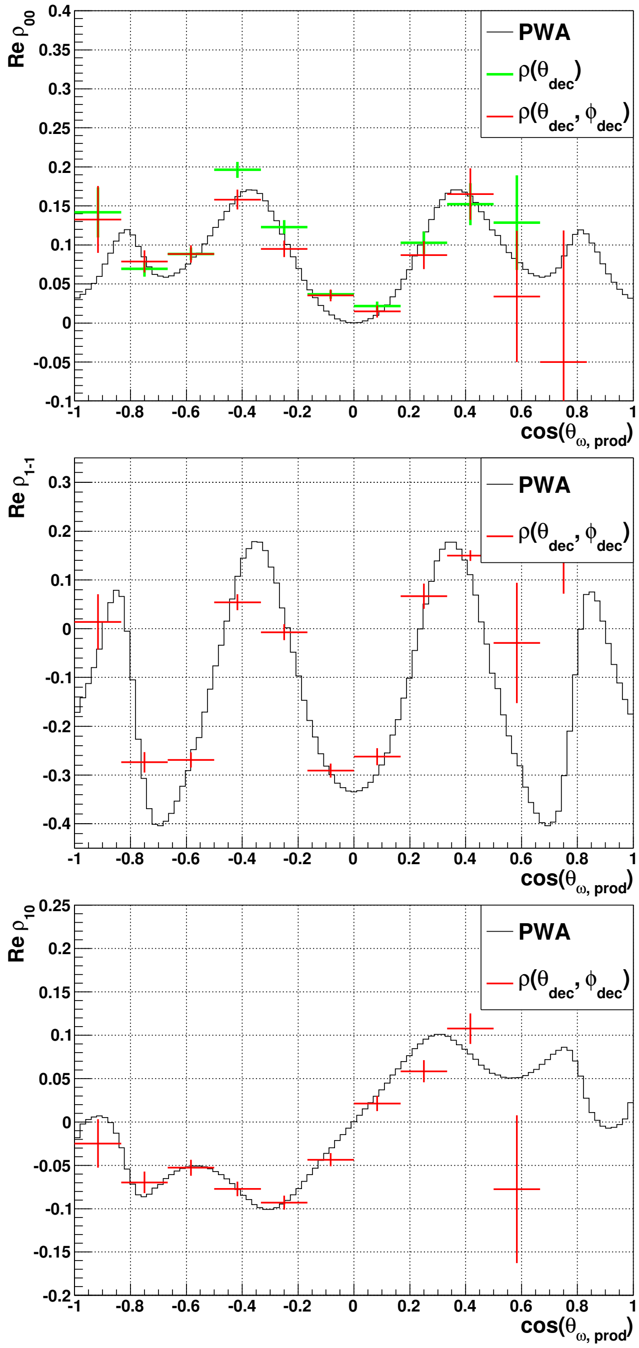


Abbildung A.18: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

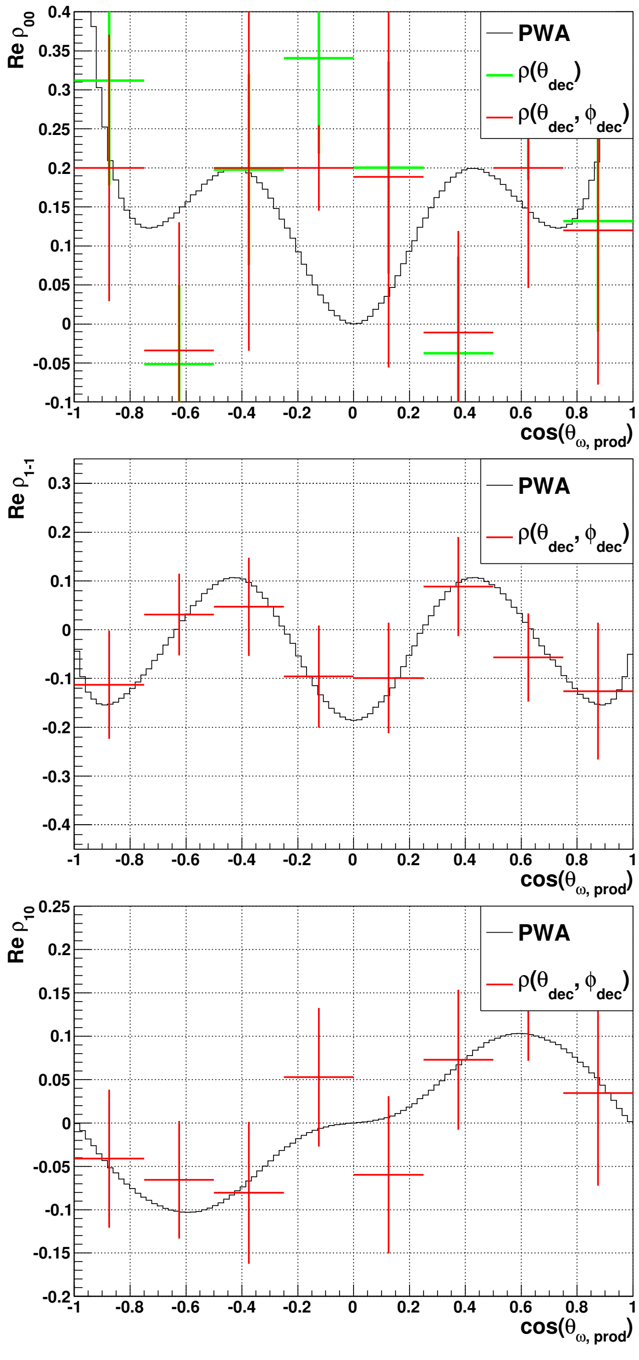


Abbildung A.19: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 600\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

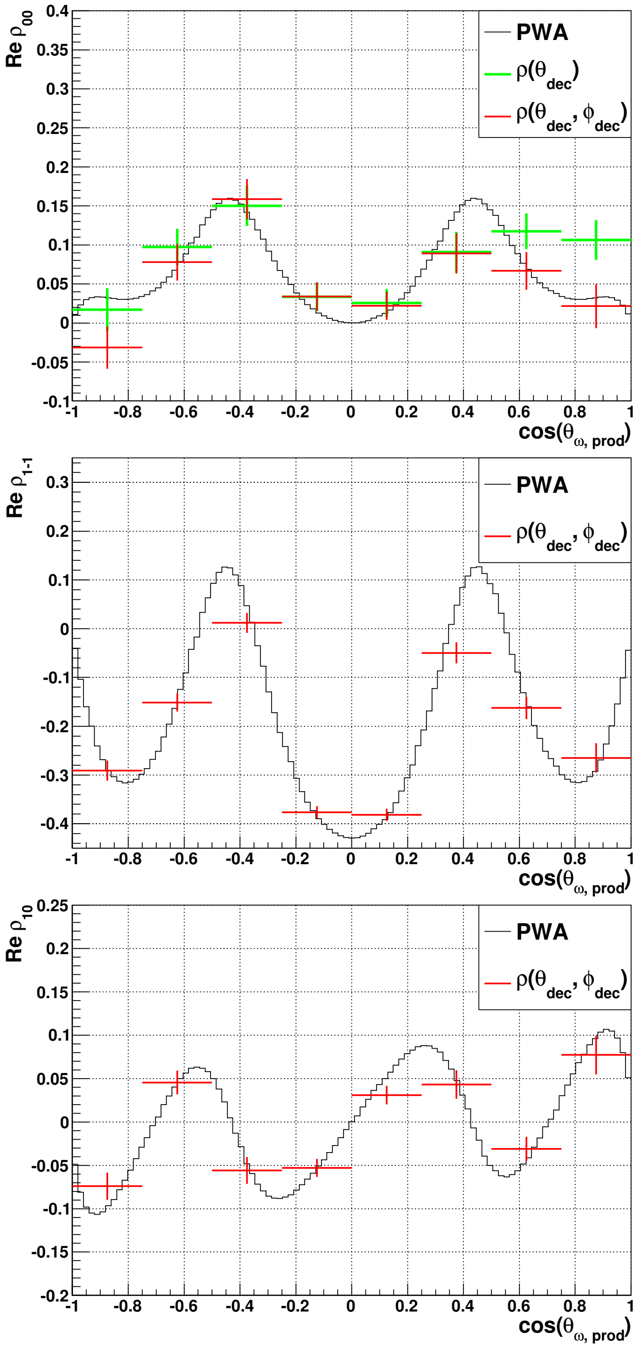


Abbildung A.20: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 1050\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

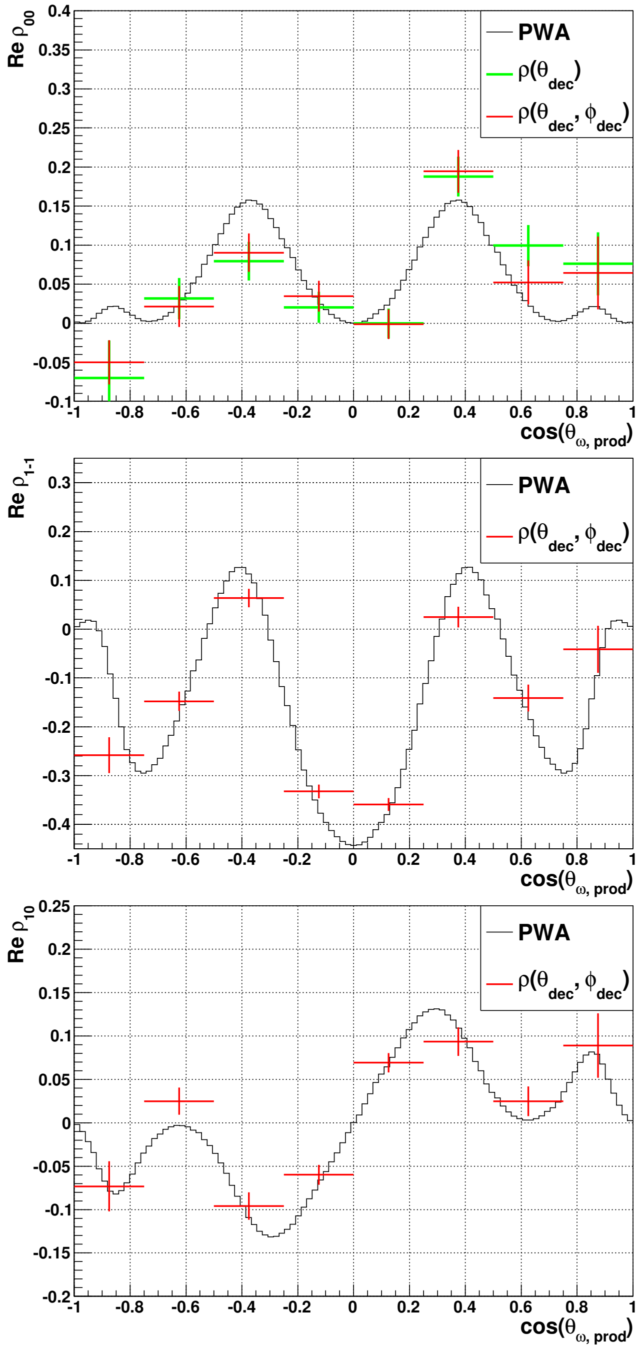


Abbildung A.21: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1350\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

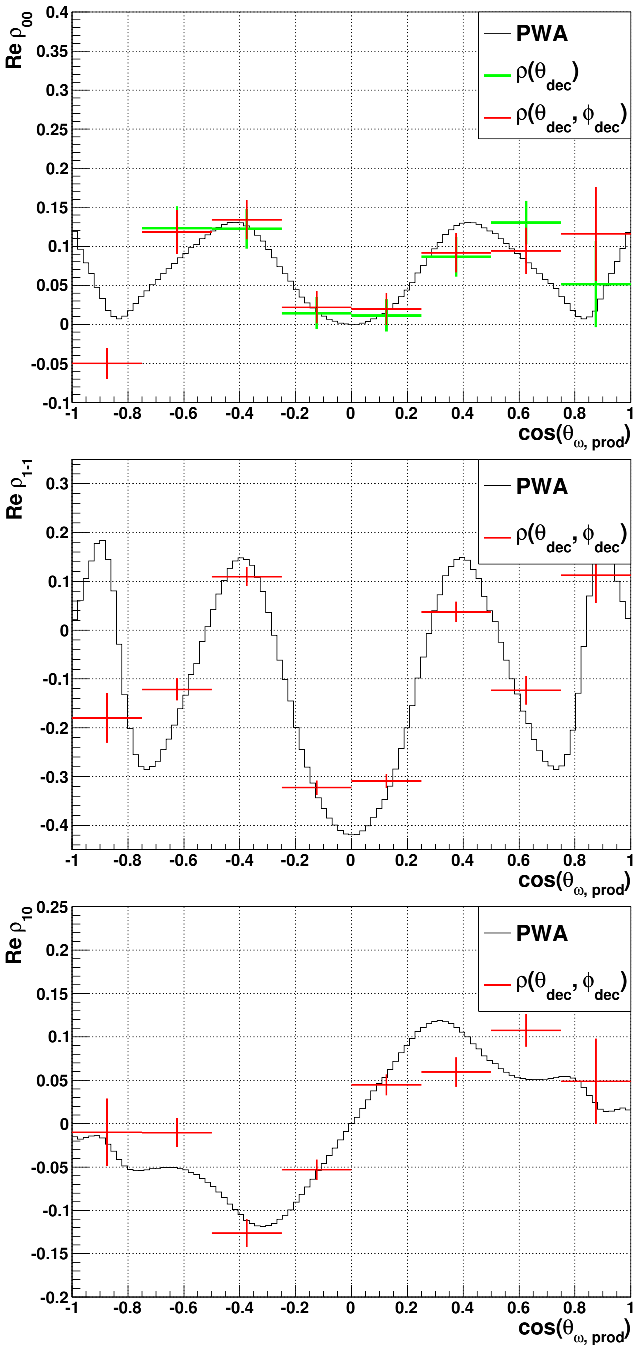


Abbildung A.22: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

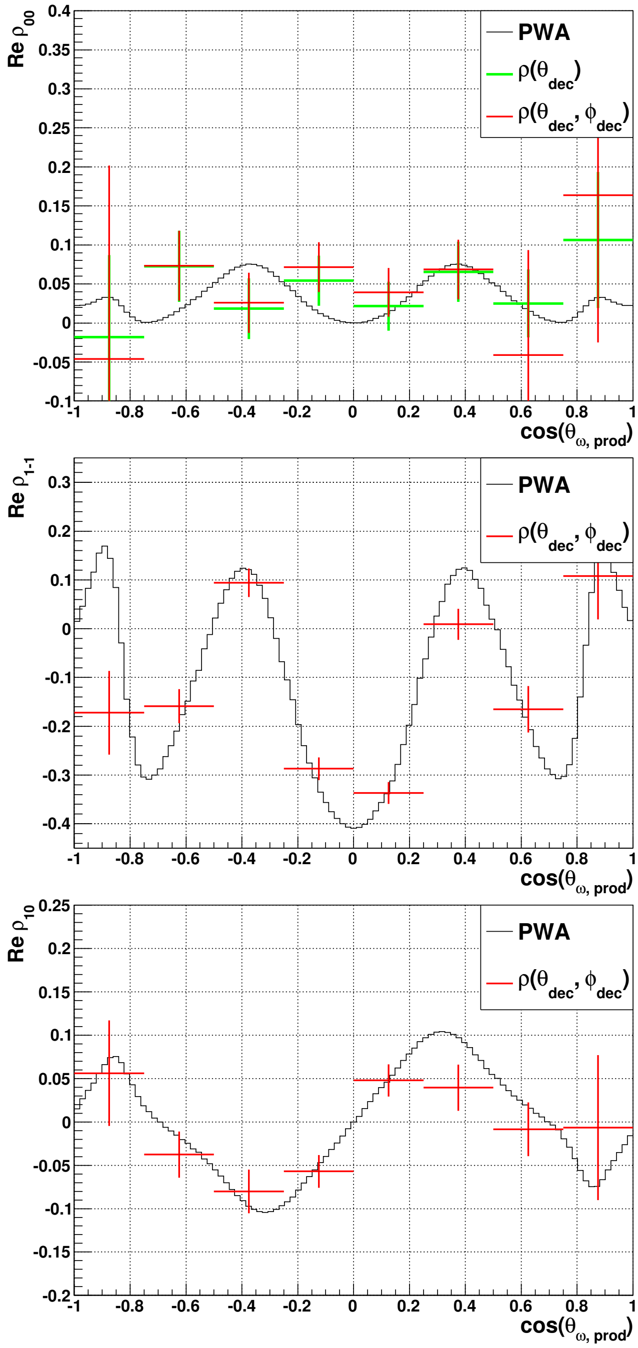


Abbildung A.23: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

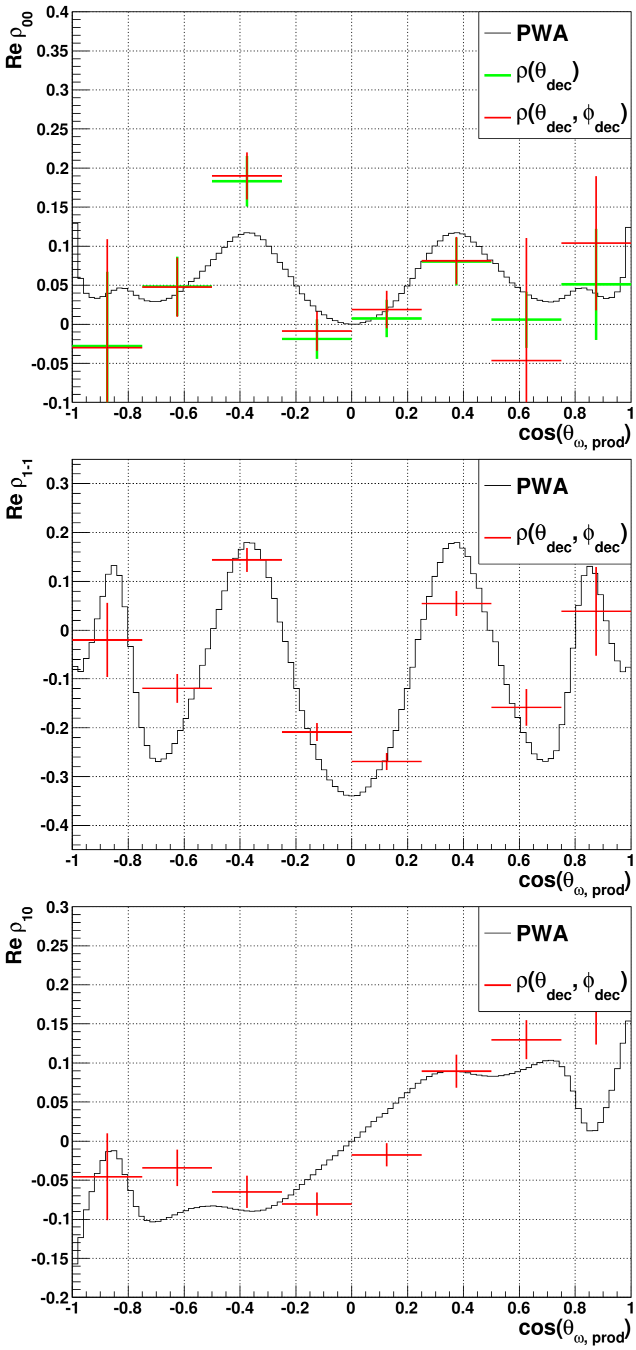


Abbildung A.24: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 1800\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

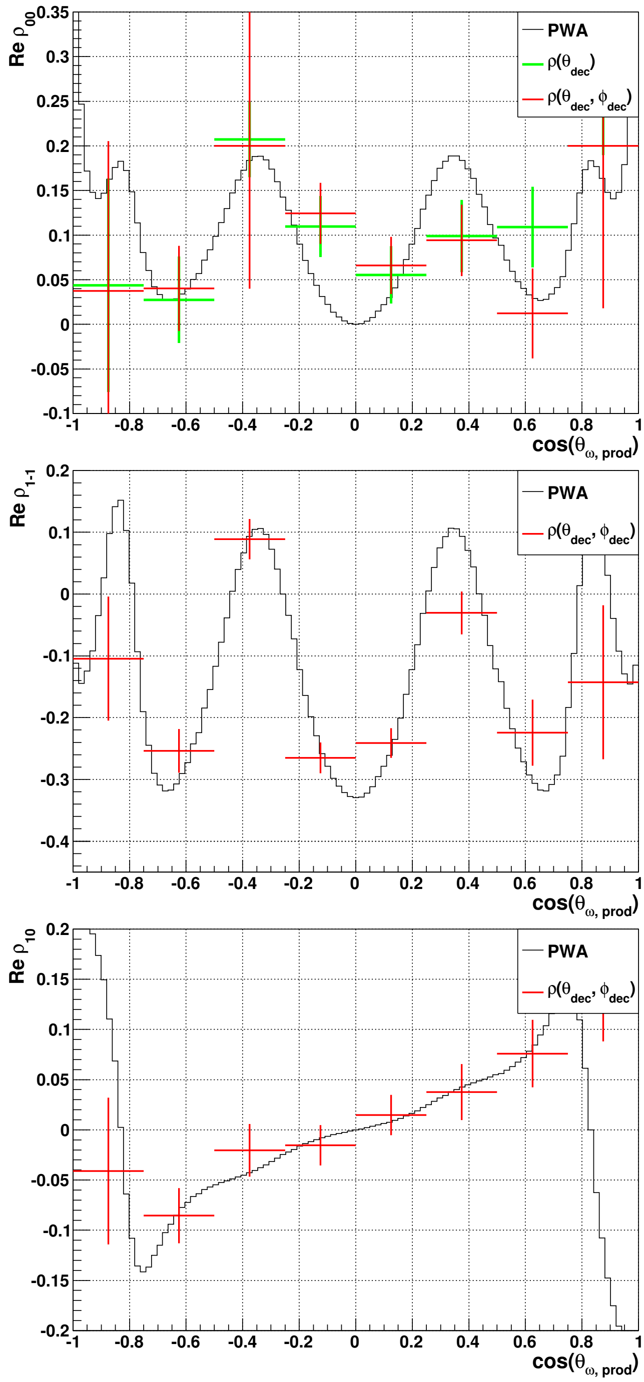


Abbildung A.25: **Die drei unabhängigen Parameter $\Re\rho_{00}$, $\Re\rho_{1-1}$ und $\Re\rho_{10}$ der Spin-Dichtematrix für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.** *Dargestellt ist sowohl das Resultat der Partialwellenanalyse (schwarz) als auch der Anpassung der Winkelverteilung mit (4.44) bzw. (4.45) (rot bzw. grün).*

A.5 Beiträge der Partialwellen

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	−60,4185	
2^{--}	2	1	1	−618,385	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	−708,5	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−741,44	$7{,}83\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	−772,385	$7{,}57\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−783,095	$4{,}63\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−790,6	$3{,}45\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−792,335	$1{,}35\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−792,89	$0{,}562\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	−793,615	$0{,}699\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	−795,885	$1{,}63\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−795,935	$< 0{,}1\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	−795,965	$< 0{,}1\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−795,97	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−795,97	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.3: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	−256,86	
2^{--}	2	1	1	−1223,34	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	−1397,88	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−1439,59	$8{,}86\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	−1510,85	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−1532,7	$6{,}29\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−1547,71	$5{,}48\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	−1555,71	$3{,}58\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	−1560,81	$2{,}74\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−1562,68	$1{,}43\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	−1566,25	$2{,}2\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−1566,95	$0{,}684\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−1567,02	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−1567,02	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−1567,02	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.4: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	−997,02	
2^{--}	2	1	1	−3349,39	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	−3904,46	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−4060,65	$> 10\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	−4300,98	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−4374,68	$> 10\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	−4449,94	$> 10\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	−4540,12	$> 10\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−4661,05	$> 10\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−4664,38	$2{,}1\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	−4664,38	$< 0{,}1\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−4689,7	$6{,}81\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−4693,94	$2{,}45\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−4693,94	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−4693,94	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.5: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	$-2{,}059$	
3^{--}	2	1	3	$-91{,}071$	$> 10\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	$-99{,}413$	$3{,}67\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	$-101{,}174$	$1\ 88\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	$-102{,}251$	$0{,}953\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	$-108{,}044$	$2{,}96\,\sigma$
2^{--}	2	1	1	$-108{,}266$	$0{,}252\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	$-108{,}472$	$0{,}235\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	$-108{,}659$	$0{,}216\,\sigma$

Tabelle A.6: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 600\,\text{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	$-537{,}41$	
3^{+-}	3	0	2	$-2028{,}02$	$> 10\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	$-3124{,}59$	$> 10\,\sigma$
2^{--}	2	1	1	$-3195{,}76$	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	$-3267{,}82$	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	$-3320{,}89$	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	$-3415{,}02$	$> 10\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	$-3419{,}08$	$2{,}38\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	$-3423{,}36$	$2{,}46\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	$-3424{,}14$	$0{,}738\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	$-3424{,}84$	$0{,}68\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	$-3425{,}57$	$0{,}707\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	$-3425{,}59$	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.7: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 1050\,\text{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	$-451{,}93$	
2^{--}	2	1	1	$-981{,}13$	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	$-1289{,}06$	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	$-1671{,}1$	$> 10\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	$-1820{,}16$	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	$-1856{,}55$	$8{,}25\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	$-1871{,}74$	$5{,}16\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	$-1872{,}95$	$1{,}04\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	$-1873{,}12$	$0{,}574\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	$-1897{,}71$	$6{,}7\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	$-1900{,}84$	$2{,}01\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	$-1902{,}9$	$1{,}52\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	$-1904{,}14$	$1{,}06\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	$-1904{,}14$	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	$-1904{,}14$	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.8: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 1350\,\text{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	$-346{,}775$	
2^{--}	2	1	1	$-1297{,}55$	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	$-1462{,}51$	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	$-1606{,}03$	$> 10\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	$-1872{,}86$	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	$-1913{,}35$	$8{,}73\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	$-1931{,}7$	$5{,}72\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	$-1937{,}32$	$2{,}91\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	$-1938{,}26$	$1{,}37\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	$-1940{,}47$	$1{,}6\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	$-1940{,}58$	$0{,}125\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	$-1997{,}9$	$> 10\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	$-2003{,}07$	$2{,}76\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	$-2003{,}07$	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	$-2003{,}07$	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.9: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\bar{p}} = 1525\,\text{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	−179,069	
2^{--}	2	1	1	−548,525	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	−609,045	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−667,11	$> 10\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	−787,99	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−819,365	$7{,}63\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−829,15	$4{,}03\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−830,09	$0{,}858\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−830,16	$< 0{,}374\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	−830,42	$0{,}291\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	−846,41	$5{,}3\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−850,635	$2{,}44\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	−853,475	$1{,}89\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−853,475	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−853,475	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.10: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	−272,233	
2^{--}	2	1	1	−938,41	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	−1031,38	$> 10\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−1100,36	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−1209,28	$> 10\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−1275,38	$> 10\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−1306,61	$7{,}61\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	−1311,98	$2{,}83\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	−1312,98	$1{,}41\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	−1385,18	$> 10\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	−1385,18	$< 0{,}1\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−1411,04	$6{,}88\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−1421,4	$4{,}16\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−1421,62	$0{,}25\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−1421,62	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.11: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1800\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	NLL	Sign.
1^{--}	0	1	1	−66,8215	
2^{--}	2	1	1	−414,279	$> 10\,\sigma$
4^{--}	4	1	3	−438,966	$6{,}71\,\sigma$
5^{--}	4	1	5	−482,134	$9{,}03\,\sigma$
4^{--}	4	1	5	−552,39	$> 10\,\sigma$
2^{--}	2	1	3	−580,49	$7{,}19\,\sigma$
3^{--}	4	1	3	−600,205	$5{,}95\,\sigma$
5^{+-}	5	0	4	−608,54	$4{,}08\,\sigma$
1^{+-}	1	0	2	−615,845	$3{,}4\,\sigma$
5^{+-}	5	0	6	−661,065	$9{,}25\,\sigma$
3^{+-}	3	0	2	−691,365	$7{,}49\,\sigma$
3^{+-}	3	0	4	−696,845	$2{,}87\,\sigma$
1^{+-}	1	0	0	−701,275	$2{,}51\,\sigma$
3^{--}	2	1	3	−701,745	$0{,}489\,\sigma$
1^{--}	2	1	1	−701,745	$< 0{,}1\,\sigma$

Tabelle A.12: Entwicklung des NLL für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.

A.6 Fitparameter der PWA

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}4169 \pm 0{,}0630$	$0\ (fixiert)$
1^{--}	2	1	1	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	0	0	$0{,}4477 \pm 0{,}0747$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	2	0	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
2^{--}	2	1	1	$0{,}3318 \pm 0{,}0294$	$-0{,}7168 \pm 0{,}2034$
2^{--}	2	3	1	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
3^{--}	2	3	1	$0{,}3966 \pm 0{,}0524$	$0{,}1118 \pm 0{,}1770$
3^{--}	4	3	1	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}5121 \pm 0{,}0277$	$-1{,}2986 \pm 0{,}1144$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}3723 \pm 0{,}0095$	$-1{,}7265 \pm 0{,}1262$
4^{--}	4	3	1	$0{,}1706 \pm 0{,}0201$	$1{,}4321 \pm 0{,}2071$
4^{--}	4	5	1	$0{,}0572 \pm 0{,}0197$	$0{,}9851 \pm 0{,}4111$
5^{--}	4	5	1	$0{,}2091 \pm 0{,}0529$	$-1{,}9748 \pm 0{,}1126$

Tabelle A.13: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}4963 \pm 0{,}1398$	$0\ (fixiert)$
1^{--}	2	1	1	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	0	0	$0{,}1809 \pm 0{,}1916$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	2	0	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
2^{--}	2	1	1	$0{,}3423 \pm 0{,}0840$	$-0{,}0409 \pm 0{,}6671$
2^{--}	2	3	1	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
3^{--}	2	3	1	$0{,}2398 \pm 0{,}1456$	$0{,}8073 \pm 0{,}4833$
3^{--}	4	3	1	$0{,}1284 \pm 0{,}1697$	$0{,}2217 \pm 2{,}5035$
3^{+-}	3	2	0	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}2890 \pm 0{,}0447$	$-1{,}8388 \pm 0{,}8622$
4^{--}	4	3	1	$0{,}4293 \pm 0{,}0653$	$2{,}4310 \pm 0{,}4199$
4^{--}	4	5	1	$0{,}1928 \pm 0{,}0668$	$2{,}2326 \pm 0{,}5241$
5^{--}	4	5	1	$0{,}2597 \pm 0{,}1689$	$-2{,}0225 \pm 0{,}8854$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}1989 \pm 0{,}0337$	$2{,}1595 \pm 0{,}8662$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}1184 \pm 0{,}0334$	$2{,}3515 \pm 0{,}7611$

Tabelle A.14: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}5832 \pm 0{,}1162$	0 (*fixiert*)
1^{--}	2	1	1	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	0	0	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	2	0	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
2^{--}	2	1	1	$0{,}3096 \pm 0{,}0886$	$-0{,}7221 \pm 0{,}2244$
2^{--}	2	3	1	$0{,}2486 \pm 0{,}0996$	$-1{,}6423 \pm 0{,}1952$
3^{--}	2	3	1	$0{,}1734 \pm 0{,}0803$	$-2{,}1837 \pm 0{,}8800$
3^{--}	4	3	1	$0{,}2145 \pm 0{,}0891$	$-2{,}2492 \pm 0{,}7615$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}2688 \pm 0{,}0398$	0 (*fixiert*)
3^{+-}	3	4	0	$0{,}2613 \pm 0{,}0723$	$-1{,}0075 \pm 0{,}2322$
4^{--}	4	3	1	$0{,}2979 \pm 0{,}0544$	$1{,}8807 \pm 0{,}2238$
4^{--}	4	5	1	$0{,}1586 \pm 0{,}0981$	$0{,}7095 \pm 0{,}2996$
5^{--}	4	5	1	$0{,}1433 \pm 0{,}0408$	$0{,}7588 \pm 0{,}5948$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}1666 \pm 0{,}0187$	$2{,}9636 \pm 0{,}3344$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}1931 \pm 0{,}0157$	$2{,}8978 \pm 0{,}2641$

Tabelle A.15: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}4919 \pm 0{,}0643$	0 (*fixiert*)
1^{--}	2	1	1	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	0	0	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	2	0	$0{,}0000 \pm 0{,}1794$	0 (*fixiert*)
2^{--}	2	1	1	$0{,}1895 \pm 0{,}0340$	$-0{,}0720 \pm 0{,}3017$
2^{--}	2	3	1	$0{,}1797 \pm 0{,}0351$	$-1{,}2610 \pm 0{,}2176$
3^{--}	2	3	1	$0{,}2323 \pm 0{,}0555$	$-3{,}0821 \pm 0{,}3846$
3^{--}	4	3	1	$0{,}1833 \pm 0{,}0579$	$-3{,}0987 \pm 0{,}4523$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}2037 \pm 0{,}0276$	$3{,}0103 \pm 0{,}3202$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}1634 \pm 0{,}0495$	$2{,}7084 \pm 0{,}3160$
4^{--}	4	3	1	$0{,}1762 \pm 0{,}0427$	$2{,}2593 \pm 0{,}1922$
4^{--}	4	5	1	$0{,}2584 \pm 0{,}0237$	$0{,}9166 \pm 0{,}1442$
5^{--}	4	5	1	$0{,}2765 \pm 0{,}0242$	$0{,}8480 \pm 0{,}3003$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}3090 \pm 0{,}0079$	$0{,}1057 \pm 0{,}2399$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}2580 \pm 0{,}0089$	$0{,}4682 \pm 0{,}2403$

Tabelle A.16: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $p_{\overline{p}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}0680 \pm 0{,}0689$	0 $(fixiert)$
1^{--}	2	1	1	0 $(fixiert)$	0 $(fixiert)$
1^{+-}	1	0	0	$0{,}5913 \pm 0{,}0405$	0 $(fixiert)$
1^{+-}	1	2	0	0 $(fixiert)$	0 $(fixiert)$
2^{--}	2	1	1	0 $(fixiert)$	0 $(fixiert)$
2^{--}	2	3	1	$0{,}2147 \pm 0{,}0514$	$0{,}0100 \pm 14{,}310$
3^{--}	2	3	1	$0{,}4418 \pm 0{,}0304$	$-0{,}0095 \pm 6{,}6181$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}1544 \pm 0{,}0338$	$1{,}0473 \pm 0{,}2174$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}2770 \pm 0{,}0438$	$1{,}2675 \pm 0{,}0941$

Tabelle A.17: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 600\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}6132 \pm 0{,}0195$	0 $(fixiert)$
1^{--}	2	1	1	0 $(fixiert)$	0 $(fixiert)$
1^{+-}	1	0	0	$0{,}1363 \pm 0{,}0671$	0 $(fixiert)$
1^{+-}	1	2	0	0 $(fixiert)$	0 $(fixiert)$
2^{--}	2	1	1	$0{,}1070 \pm 0{,}0255$	$1{,}5825 \pm 0{,}2513$
2^{--}	2	3	1	$0{,}1018 \pm 0{,}0258$	$1{,}8875 \pm 0{,}2342$
3^{--}	2	3	1	$0{,}1913 \pm 0{,}0315$	$-1{,}4278 \pm 0{,}0855$
3^{--}	4	3	1	$0{,}2175 \pm 0{,}0280$	$-2{,}0437 \pm 0{,}1081$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}3142 \pm 0{,}0173$	$-1{,}1030 \pm 0{,}2717$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}1849 \pm 0{,}0129$	$-0{,}9030 \pm 0{,}3605$
4^{--}	4	3	1	$0{,}1902 \pm 0{,}0112$	$-1{,}0351 \pm 0{,}1032$
4^{--}	4	5	1	$0{,}0551 \pm 0{,}0101$	$-0{,}8711 \pm 0{,}3056$
5^{--}	4	5	1	$0{,}0491 \pm 0{,}0234$	$-0{,}8970 \pm 0{,}1999$

Tabelle A.18: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 900\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}3788 \pm 0{,}0322$	0 (*fixiert*)
1^{--}	2	1	1	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	0	0	$0{,}1991 \pm 0{,}0248$	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	2	0	$0{,}2277 \pm 0{,}0275$	$0{,}2334 \pm 0{,}3509$
2^{--}	2	1	1	$0{,}3450 \pm 0{,}0091$	$1{,}8512 \pm 0{,}0477$
2^{--}	2	3	1	$0{,}1925 \pm 0{,}0148$	$2{,}3958 \pm 0{,}0935$
3^{--}	2	3	1	$0{,}3102 \pm 0{,}0169$	$0{,}2901 \pm 0{,}0421$
3^{--}	4	3	1	$0{,}1489 \pm 0{,}0133$	$-0{,}5614 \pm 0{,}0612$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}0030 \pm 0{,}0537$	$0{,}1012 \pm 1{,}1233$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}0575 \pm 0{,}0205$	$-2{,}6130 \pm 0{,}5835$
4^{--}	4	3	1	$0{,}2483 \pm 0{,}0056$	$-1{,}0394 \pm 0{,}0536$
4^{--}	4	5	1	$0{,}1184 \pm 0{,}0058$	$-1{,}1214 \pm 0{,}1069$
5^{--}	4	5	1	$0{,}0574 \pm 0{,}0155$	$-1{,}8446 \pm 0{,}2805$

Tabelle A.19: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1050\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}3531 \pm 0{,}0262$	0 (*fixiert*)
1^{--}	2	1	1	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	0	0	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	2	0	$0{,}0650 \pm 0{,}0180$	$0 \pm 0{,}1000$
2^{--}	2	1	1	$0{,}2158 \pm 0{,}0199$	$-0{,}3236 \pm 0{,}1690$
2^{--}	2	3	1	$0{,}0815 \pm 0{,}0236$	$-0{,}6504 \pm 0{,}2823$
3^{--}	2	3	1	$0{,}2001 \pm 0{,}0334$	$-2{,}8206 \pm 0{,}1366$
3^{--}	4	3	1	$0{,}2269 \pm 0{,}0291$	$-1{,}9797 \pm 0{,}1726$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}2756 \pm 0{,}0148$	$0{,}7209 \pm 0{,}1719$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}1629 \pm 0{,}0171$	$1{,}0954 \pm 0{,}1959$
4^{--}	4	3	1	$0{,}1846 \pm 0{,}0250$	$1{,}8558 \pm 0{,}0989$
4^{--}	4	5	1	$0{,}1552 \pm 0{,}0199$	$1{,}3332 \pm 0{,}1035$
5^{--}	4	5	1	$0{,}0835 \pm 0{,}0218$	$2{,}5474 \pm 0{,}2059$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}1276 \pm 0{,}0077$	$-1{,}8657 \pm 0{,}1824$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}1056 \pm 0{,}0110$	$-1{,}1657 \pm 0{,}1729$

Tabelle A.20: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1350\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}5166 \pm 0{,}0273$	$0\ (fixiert)$
1^{--}	2	1	1	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	0	0	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	2	0	$0{,}0449 \pm 0{,}0266$	$0 \pm 0{,}1000$
2^{--}	2	1	1	$0{,}2427 \pm 0{,}0184$	$-0{,}7934 \pm 0{,}1310$
2^{--}	2	3	1	$0{,}0850 \pm 0{,}0339$	$-1{,}6201 \pm 0{,}2389$
3^{--}	2	3	1	$0{,}0919 \pm 0{,}0216$	$-0{,}8875 \pm 0{,}2956$
3^{--}	4	3	1	$0{,}1914 \pm 0{,}0266$	$-1{,}1980 \pm 0{,}1973$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}1604 \pm 0{,}0301$	$-1{,}0503 \pm 0{,}3006$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}1572 \pm 0{,}0250$	$-1{,}8794 \pm 0{,}2846$
4^{--}	4	3	1	$0{,}2074 \pm 0{,}0197$	$1{,}9831 \pm 0{,}0986$
4^{--}	4	5	1	$0{,}1162 \pm 0{,}0315$	$1{,}5174 \pm 0{,}1141$
5^{--}	4	5	1	$0{,}0785 \pm 0{,}0114$	$2{,}1156 \pm 0{,}4784$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}1485 \pm 0{,}0082$	$1{,}5311 \pm 0{,}3160$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}1123 \pm 0{,}0070$	$1{,}5374 \pm 0{,}3388$

Tabelle A.21: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 1525\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}5826 \pm 0{,}0279$	$0\ (fixiert)$
1^{--}	2	1	1	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	0	0	$0\ (fixiert)$	$0\ (fixiert)$
1^{+-}	1	2	0	$0{,}0570 \pm 0{,}0756$	$0 \pm 0{,}1000$
2^{--}	2	1	1	$0{,}1760 \pm 0{,}0228$	$0{,}4238 \pm 0{,}2566$
2^{--}	2	3	1	$0{,}0653 \pm 0{,}0319$	$0{,}6965 \pm 0{,}7239$
3^{--}	2	3	1	$0{,}1433 \pm 0{,}0383$	$0{,}9580 \pm 0{,}2996$
3^{--}	4	3	1	$0{,}1840 \pm 0{,}0549$	$1{,}0055 \pm 0{,}3788$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}1689 \pm 0{,}0309$	$-1{,}0261 \pm 0{,}7800$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}1424 \pm 0{,}0396$	$-1{,}1953 \pm 0{,}7477$
4^{--}	4	3	1	$0{,}1950 \pm 0{,}0284$	$-2{,}2425 \pm 0{,}1836$
4^{--}	4	5	1	$0{,}1261 \pm 0{,}0519$	$-1{,}5882 \pm 0{,}1535$
5^{--}	4	5	1	$0{,}0734 \pm 0{,}0253$	$-2{,}5540 \pm 0{,}9009$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}1358 \pm 0{,}0138$	$2{,}1352 \pm 0{,}8188$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}1204 \pm 0{,}0138$	$1{,}8748 \pm 0{,}9695$

Tabelle A.22: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{p}} = 1642\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}1977 \pm 0{,}0382$	0 (*fixiert*)
1^{--}	2	1	1	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	0	0	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	2	0	$0{,}0304 \pm 0{,}0381$	$0 \pm 0{,}1000$
2^{--}	2	1	1	$0{,}2700 \pm 0{,}0237$	$-0{,}1308 \pm 0{,}2279$
2^{--}	2	3	1	$0{,}1626 \pm 0{,}0227$	$0{,}3226 \pm 0{,}2720$
3^{--}	2	3	1	$0{,}2286 \pm 0{,}0347$	$-1{,}7572 \pm 0{,}1348$
3^{--}	4	3	1	$0{,}1584 \pm 0{,}0367$	$-0{,}1547 \pm 0{,}2110$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}1221 \pm 0{,}0303$	$-2{,}0415 \pm 0{,}5738$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}1234 \pm 0{,}0226$	$-2{,}4345 \pm 0{,}6112$
4^{--}	4	3	1	$0{,}1354 \pm 0{,}0249$	$-2{,}8910 \pm 0{,}2425$
4^{--}	4	5	1	$0{,}0992 \pm 0{,}0267$	$-1{,}5457 \pm 0{,}2783$
5^{--}	4	5	1	$0{,}2002 \pm 0{,}0250$	$2{,}2665 \pm 0{,}1605$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}1998 \pm 0{,}0082$	$0{,}6997 \pm 0{,}5046$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}1421 \pm 0{,}0095$	$0{,}5062 \pm 0{,}4717$

Tabelle A.23: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1800\,\mathrm{MeV/c}$.

J^{PC}	L	S	l	Amplitude	Phase
1^{--}	0	1	1	$0{,}3123 \pm 0{,}0844$	0 (*fixiert*)
1^{--}	2	1	1	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	0	0	$0{,}1070 \pm 0{,}1215$	0 (*fixiert*)
1^{+-}	1	2	0	$0{,}1367 \pm 0{,}0806$	$-2{,}9019 \pm 4{,}1889$
2^{--}	2	1	1	$0{,}2494 \pm 0{,}0402$	$0{,}5695 \pm 0{,}3621$
2^{--}	2	3	1	$0{,}1838 \pm 0{,}0459$	$0{,}9199 \pm 0{,}3735$
3^{--}	2	3	1	0 (*fixiert*)	0 (*fixiert*)
3^{--}	4	3	1	$0{,}2809 \pm 0{,}0224$	$0{,}4903 \pm 0{,}4729$
3^{+-}	3	2	0	$0{,}1717 \pm 0{,}0306$	$-0{,}7791 \pm 3{,}0834$
3^{+-}	3	4	0	$0{,}0998 \pm 0{,}0451$	$0{,}2560 \pm 2{,}5950$
4^{--}	4	3	1	$0{,}0859 \pm 0{,}1003$	$-2{,}2426 \pm 1{,}1623$
4^{--}	4	5	1	$0{,}0907 \pm 0{,}0518$	$-1{,}4794 \pm 0{,}7734$
5^{--}	4	5	1	$0{,}0746 \pm 0{,}0359$	$-2{,}1098 \pm 0{,}9993$
5^{+-}	5	4	0	$0{,}2044 \pm 0{,}0121$	$2{,}4943 \pm 3{,}0969$
5^{+-}	5	6	0	$0{,}1932 \pm 0{,}0108$	$3{,}0743 \pm 3{,}0907$

Tabelle A.24: Amplituden und Phasen der Partialwellen für $\omega \to \pi^0\gamma$ und $p_{\overline{\mathrm{p}}} = 1940\,\mathrm{MeV/c}$.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Prof. Dr. Ulrich Wiedner danke ich für die Möglichkeit, am Institut für Experimentalphysik I zu arbeiten. Die Atmosphäre hier empfand ich von Beginn an als sehr angenehm und anregend.

Bei Dr. Bertram Kopf möchte ich mich für die umfassenden Hilfestellungen bei allen physikalischen und technischen Fragen während des gesamten letzten Jahres bedanken.

Mein Dank gebührt auch Prof. Dr. Helmut Koch für sein Interesse und die Hilfe bei dem theoretischen Teil der Arbeit.

Ein Dankeschön geht auch an Dr. Matthias Steinke für seine Arbeiten an der CB-Software sowie an PD Dr. Fritz-Herbert Heinsius für seine Bereitschaft, das Zweitgutachten zu übernehmen. Weiterhin danke ich Dr. Torsten Schröder sowie allen weiteren Mitarbeitern des Instituts, die mir während der Arbeit geholfen haben.

Ein besonderer Dank geht an meine Eltern und meine Freundin Jeanette für die Unterstützung während meines gesamten Studiums und das Verständnis in den vergangenen Monaten.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungskommission in gleicher oder ähnlicher Form vorgelegt.

Bochum, den 25. April 2012